

Московский государственный открытый университет

В.К. Коляда

В.Х.Хан

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
И
ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ**

Методические указания и задачи
к контрольным и курсовым работам

Под редакцией В.Х. Хана

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Московский государственный открытый университет

Кафедра теоретических основ электротехники

В.К. Коляда, В.Х. Хан

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ**

**Методические указания и задачи к контрольным и
курсовым работам для студентов специальностей:**

- 140204 (100100) – Электрические станции
- 140211 (100400) – Электроснабжение
- 140601 (180100) – Электромеханика
- 140602 (180200) – Электрические и электронные аппараты
- 140604 (180400) – Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов
- 150402 (170100) – Горные машины и оборудование
- 151001 (120100) – Технология машиностроения
- 151002 (120200) – Металлообрабатывающие станки и комплексы
- 200106 (190900) – Информационно - измерительная техника и технологии
- 210104 (200100) – Микроэлектроника и твердотельная электроника
- 210105 (200300) – Электронные приборы и устройства
- 210201 (200800) – Проектирование и технология радиоэлектронных средств
- 210302 (200700) – Радиотехника
- 220201 (210100) – Управление и информатика в технических системах
- 230105 (220400) – Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем

Под редакцией В.Х.Хана
Издание 5-е, переработанное
Издаётся в авторской редакции

Москва
2008

Рецензент
Профессор, д.т.н. Ю.Д.Красников

Коляда В.К., Хан В.Х.

Теоретические основы электротехники и основы теории цепей. Методические указания и задачи к контрольным и курсовым работам. Под ред. В.Х. Хана – М.: МГОУ, 2008. – 47 с.

Методические указания содержат описание контрольных и курсовых работ по дисциплинам ТОЭ и ОТЦ. Сформулированы требования, которые предъявляются к выполнению этих работ. Описание по каждой задаче содержит разработку исходных данных, задание, методические указания и примеры «ручного» счёта для лучшего усвоения теоретических основ.

Исходные данные и схемы к работам формируются по коду заданий, который составляется особым образом на основе индивидуального номера зачётной книжки студента.

© Московский государственный открытый университет (МГОУ), 2008

© Коляда В.К., Хан В.Х., 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Задача 1. Применение основных методов расчёта установившихся режимов линейных электрических цепей на примере цепей постоянного тока	7
Задача 2. Применение основных методов расчёта установившихся режимов линейных электрических цепей на примере цепей постоянного тока.....	8
Задача 3. Применение символических изображений при расчёте установившегося режима цепи с источниками синусоидальных ЭДС.....	12
Задача 4. Расчёт установившихся трёхфазных цепей с симметричными источниками синусоидальных ЭДС	18
Задача 5. Расчёт установившихся трёхфазных цепей с симметричными источниками несинусоидальных ЭДС.....	21
Задача 6. Расчёт установившегося режима цепи несинусоидального тока с резонансными явлениями	23
Задача 7. Расчёт установившегося режима четырёхполюсника с источником синусоидальной ЭДС на входе.....	25
Задача 8. Расчёт установившегося режима в линии передачи электроэнергии.....	27
Задача 9. Расчёт установившегося режима в линии без потерь мощности.....	28
Задача 10. Применение классического метода при расчёте переходных режимов линейных цепей с источниками постоянных ЭДС	30
Задача 11. Применение преобразований Лапласа при расчёте переходных режимов линейных цепей с источниками постоянных ЭДС	32
Задача 12. Расчёт магнитных цепей при постоянных потоках	34
Задача 13. Расчёт дросселя со стальным магнитопроводом.....	37
Задача 14. Применение графического метода при расчёте нелинейных цепей с вентилями.....	39
Задача 15. Расчёт плоскопараллельного электростатического поля двухпроводной линии	41
Задача 16. Расчёт емкости двухпроводной линии вблизи плоской проводящей поверхности.....	44
Задача 17. Расчёт механического взаимодействия проводников с током.....	45

Методические указания содержат рекомендации и примеры решения задач по дисциплинам ТОЭ и ОТЦ. Все контрольные и курсовые работы соответствуют утвержденным для вузов учебным программам этих дисциплин.

Исходные данные и задания для задач, входящих в указанные работы, формируются согласно коду, составленному по шести цифрам номера зачетной книжки (шифру) студента.

К выполнению курсовых и контрольных работ предъявляются следующие требования.

1. Работы оформляются в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны номер соответствующей части курса ТОЭ, фамилия, инициалы, шифр студента, номер или название специальности, номер студенческой группы (при групповом обучении), а при необходимости - домашний адрес. В левом верхнем углу следует написать индекс кафедры ТОЭ (№16).

2. Условие и исходные данные для каждой работы должны быть переписаны полностью и конкретизированы в соответствии с вариантом.

3. Решение задачи должно излагаться по пунктам, которые будут служить подзаголовками. При выполнении отдельных пунктов задачи следует в основном соблюдать такой порядок изложения: обоснование, уравнения, подстановка чисел, результат с указанием единиц измерения, проверка результата (в случае, если это конечный или важный промежуточный результат), выводы.

4. Графики должны быть построены в градуированных осях, на векторных диаграммах обязательно указание осей комплексной плоскости и масштабов величин.

5. Расчёты должны выполняться с обычной инженерной точностью (до трёх-четырёх значащих цифр).

6. При выполнении работы на персональном компьютере следует сопровождать печатные расчётно-графические материалы поясняющим текстом.

7. На первой странице тетради необходимо поместить таблицу составления кода.

8. Исправления и дополнения вносятся по пунктам замечаний преподавателя и помещаются в конце работы. Не разрешается вносить исправления в проверенный преподавателем текст.

Кафедра проводит групповые и индивидуальные консультации по выполнению задач.

Зачёт выполненного задания производится до экзамена при собеседовании с преподавателем.

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. – 11-е изд. - М.: Гардарики, 2006. –701 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для энергетических и приборостроительных специальностей вузов. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1986. – 263 с.
3. Основы теории цепей: Учебник для электротехнических и электро-энергетических специальностей вузов. – 5-е изд., перераб./ Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
4. Попов В.П. Основы теории цепей: Учеб. для вузов. – 3-е изд., испр., – М.: Высшая школа, 2000. – 575 с.
5. Бессонов Л.А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учеб. пособие. /Под ред. Бессонова Л.А. – 4-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 2000. – 528 с.
6. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие для электротехнических и радиотехнических специальностей вузов. – 4-е изд. М.: Высшая школа, 1990. – 544 с.
7. Панфилов Д.И., Иванов В.С., Чепурин И.Н. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях: Практикум на *Electronics Workbench*: – Т.1: Электротехника. – М.:ДОДЭКА, 1999. –304 с.
8. Буртаев Ю.В., Хан В.Х. Теоретические основы электротехники и основы теории цепей. Часть I: Методические указания к лабораторному практикуму с использованием программы *Electronics Workbench*./Под ред. В.Х. Хана – М.: МГОУ, 2008. – 35 с.

Составление кода заданий

Задачи проверяются на компьютере. Исходные данные и схемы к этим работам формируются по коду заданий, который получают путём заполнения табл.1 после выполнения указанных далее операций.

Таблица 1

№ операции	Обозначение последовательности	Элементы последовательности
1	Шифр { P_1 } { K_1 }	А Б В Г Д Е
2	{ P_2 }	А Б
3	Код { K } { P } <i>a b c d e f</i>

Операция 1. Последовательности букв $\{P_1\}$ поставить в соответствие последовательность $\{K_1\}$ номера шифра. При семизначном номере первая цифра отбрасывается.

Операция 2. Составить последовательность $\{P_2\}$ из тех же букв, расставив последние четыре буквы в порядке возрастания соответствующих цифр последовательности $\{K_1\}$. В случае совпадения некоторых цифр соответствующие буквы расставляются в алфавитном порядке.

Операция 3. Получить последовательность цифр $\{K\}$, заменив буквы в последовательности $\{P_2\}$ на цифры. При этом буква В заменяется на 1, Г – на 2, Д – на 3, Е – на 4; буквы А, Б заменяются в зависимости от последней цифры Е шифра $\{K_1\}$ по табл.2.

Таблица 2

Е- последняя цифра шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
А	1	1	1	2	2	2	3	3	3	2
Б	2	3	4	1	3	4	1	2	4	4

На заполнение табл.1 (получение кода заданий) студент обычно тратит около 10 мин. Составленную табл.1 следует прикладывать к тетрадам со сдаваемыми на проверку контрольными работами.

Пусть требуется составить код задания по номеру шифра 188313.

Операция 1 Последовательности $\{P\} = АБВГДЕ$ соответствует последовательность 188313.

Операция 2. Последовательность $\{P_2\} = АБДГЕВ$.

Операция 3. Согласно табл.2 буква А заменяется на 2, буква Б – на 1. После замены буквы В на 1, Г – на 2, Д – на 3, Е – на 4 получается код $\{K\} = 213241$. Табл.1 при этом принимает вид табл.3.

Таблица 3

1	Шифр $\{P_1\}$	А	Б	В	Г	Д	Е
	$\{K_1\}$	1	8	8	3	1	3
2	$\{P_2\}$	А	Б	Д	Г	Е	В
3	Код $\{K\}$	2	1	3	2	4	1
	$\{P\}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>

Номера задач, которые надо решить студентам различных специальностей, указаны в табл.4. Они могут корректироваться на установочных сессиях.

Таблица 4

Специальность	Номера контрольных работ		
	№1	№2	№3
Энергетический факультет			
140204, 140211	3, 4, 5	8, 10	12, 15
140601, 140602, 140604	3, 4, 5	10, 11	12, 17
Горный факультет			
140211	3, 4, 5	10, 12, 15	–
150402	3, 4, 5	10, 12, 17	–

Продолжение таблицы 4

Специальность	№1	№2	№3
ФИРЭ			
200106, 230105	3, 6, 10	9, 12, 15	–
210106	3, 6, 10, 12	7, 15, 16	–
210201	3, 6, 7, 9	10, 11, 12	–
210104	3, 6, 7	10, 11, 14	–
Курсовые работы			
210105	3, 6, 7, 10, 14		
210302	3, 6, 7, 10, 11		

Остальные задачи пособия являются дополнительным учебным материалом для подготовки к практическим занятиям, зачётам и экзаменам.

Задача 1.

ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЁТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ПРИМЕРЕ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Исходные данные

В формируемой схеме каждая ветвь содержит источник ЭДС (п.1.1) и резистивный элемент (п.1.3), а одна из ветвей – только источник тока (п.1.2), подключённый к зажимам *a*, *b* согласно коду $\{K\}$. Индексы в обозначениях ЭДС и сопротивлений означают номера зажимов ветви, в которую включен данный элемент. Кроме того, индексация в обозначениях ЭДС и тока источников, а также заданного тока в ветви с зажимами *e*, *f* (п.1.4) означает их направление от зажима, обозначенного в индексе первым, к другому зажиму.

1.1. ЭДС источников $E_{cd} = E_{(5-c)(5-e)} = 50$ В, $E_{(5-c)(5-f)} = E_{(5-f)(5-d)} = E_{(5-d)(5-e)} = 30$ В, $E_{ef} = ?$

1.2. Ток источника тока, подключенного к зажимам *a*, *b*, $J_{ab} = 0,9$ А.

1.3. Сопротивления в ветвях с источниками ЭДС $R_{cd} = R_{df} = R_{de} = 80$ Ом, $R_{ce} = R_{cf} = R_{ef} = 40$ Ом.

1.4. Ток в элементе R_{ef} $I_{ef} = 0,6$ А.

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно исходным данным (п.1), соединяя зажимы ветвей, пронумерованные одинаково, в один узел.

2.2. Произвести анализ схемы, определить число независимых уравнений Кирхгофа и составить систему из этих уравнений.

2.3. Определить неизвестные токи и ЭДС, применив метод контурных токов.

2.4. Составить уравнение баланса мощностей.

2.5. Считая известными все ЭДС и ток источника тока, составить систему уравнений для определения тока в элементе R_{cd} , применив метод эквивалентного источника (активного двухполюсника). Попутно использовать методы узловых потенциалов и эквивалентных преобразований соединений резистивных элементов.

3. Методические указания

3.1. При возникновении затруднений в составлении схемы по п.2.1 следует начертить каждую ветвь отдельно, пронумеровав ее зажимы, включить в нее элементы по п.1.1–1.3, строго выдерживая направления ЭДС и токов по индексам обозначений. Пример формирования параметров и схемы приведен далее в п.4.1 задачи 2.

3.2. Анализ схемы при выполнении п.2.2 состоит в определении числа ветвей N_b , числа узлов N_y , числа независимых уравнений K_1, K_2 , составленных по первому и второму законам Кирхгофа. Решения системы уравнений в п.2.2 не требуется. Пример выполнения п.2.2 задания содержится в п.4.2 задачи 2.

3.3. При выполнении п.2.3 объём вычислительной работы можно сократить, если выбрать контуры так, чтобы ветвь ef с заданным током I_{ef} входила лишь в один контур. Контурные точки можно также определить, рассматривая ветвь с заданным током как ветвь с источником тока. После выполнения п.2.3 рекомендуется проверить результаты, подставив их в одно из уравнений, составленных в п.2.2 по второму закону Кирхгофа.

3.4. Перед выполнением п.2.5 следует произвести анализ схемы без ветви cd , т.е. определить число ветвей, узлов, независимых узловых уравнений. По найденным токам определяется ЭДС эквивалентного источника. Расчёты по п.2.5 не требуются.

Задача 2.

ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЁТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ПРИМЕРЕ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Исходные данные

Исходные данные задачи 2 те же, что и в задаче 1.

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно п.1 задачи 1, соединяя зажимы ветвей, пронумерованные одинаково, в один узел.

2.2. Произвести анализ схемы, определить число независимых уравнений Кирхгофа и составить систему из этих уравнений.

2.3. Составить систему уравнений для определения неизвестных токов и ЭДС, применив метод контурных токов.

2.4. Составить уравнение баланса мощностей.

2.5. Считая известными все ЭДС и ток источника тока, определить ток в элементе R_{cd} , применив метод эквивалентного источника (активного двухполюсника). При этом расчёт токов в схеме, оставшейся после размыкания ветви с элементом R_{cd} , выполнить, применив метод узловых потенциалов, а расчёт внутреннего сопротивления эквивалентного источника с ЭДС – путём эквивалентных преобразований. Начертить схему с эквивалентным источником и ветвью, содержащей элемент R_{cd} .

3. Методические указания

3.1. См. п.3.1 задачи 1.

3.2. См. п.3.2 задачи 1.

3.3. При выполнении п.2.3 следует произвести выбор независимых контуров с учетом результатов анализа по п.2.2 и выделить все слагаемые с неизвестными в левые части уравнений. Расчёты по п.2.3 не требуются.

3.4. Перед выполнением п.2.5 следует произвести анализ схемы без ветви, содержащей элемент R_{cd} , т.е. определить число ветвей, узлов, независимых узловых уравнений. Значения токов этой схемы, найденные методом узловых потенциалов, рекомендуется проверить на соблюдение первого закона Кирхгофа. По найденным токам определяется ЭДС эквивалентного источника.

4. Примеры

4.1. Сформировать исходные данные и схему согласно коду $\{K\} = abcdef = 213241$.

Исходные данные задачи 1, указанные в табл.3, конкретизируются в виде:

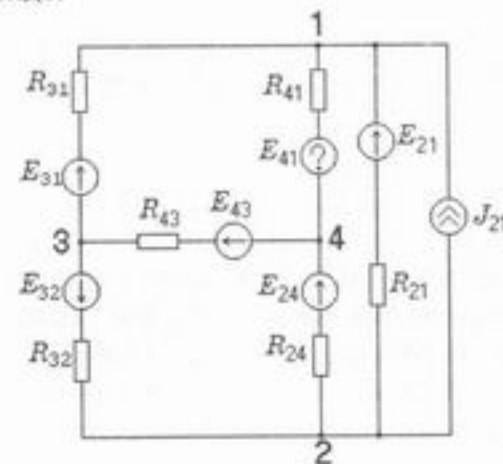


Рис. 1

1.1. $E_{cd} = E_{32} = 50$ В,

$E_{(5-c)(5-e)} = E_{(5-3)(5-4)} = E_{21} =$
 $= 50$ В,

$E_{24} = E_{43} = E_{31} = 30$ В, $E_{41} = ?$

1.2. $J_{21} = 0,9$ А.

1.3. $R_{32} = R_{21} = R_{24} = 80$ Ом,
 $R_{34} = R_{31} = R_{41} = 40$ Ом.

1.4. $I_{41} = 0,6$ А.

На рис.1 приведена схема для данного примера. Она составлена по п.2.1 задач 1 и 2 (см. также п.3.1 задачи 3). При этом учтено, например, что источник ЭДС $E_{43} = 30$ В должен быть включён в ветвь с зажимами 3, 4 последовательно с элементом R_{43} , а сама ЭДС должна быть направлена от зажима 4 к зажиму 3. Источник тока подключён к зажимам 1, 2, и ток его направлен от зажима 2 к зажиму 1.

4.2. В схеме на рис.2 $E_1 = 5$ В, $E_2 = 10$ В, $J = 0,5$ А, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 40$ Ом. Определить токи в ветвях и составить баланс мощностей. В данной схеме число ветвей $N_b = 3$, число узлов $N_y = 2$, число ветвей с известными токами $N_T = 1$. Следовательно, число неизвестных $N_b - N_T = 2$. Число независимых уравнений по законам Кирхгофа $K_1 = N_y - 1 = 1$, $K_2 = N_b - N_T - K_1 = 1$.

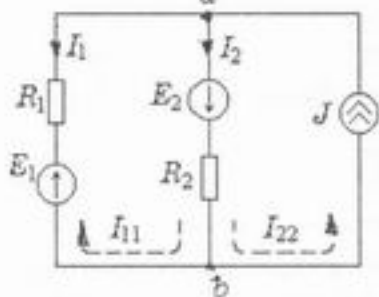


Рис.2

Таким образом, задачу целесообразно решать, применяя либо метод контурных токов (число уравнений $K_2 = 1$), либо метод узловых потенциалов ($K_1 = 1$). Здесь применяется метод контурных токов.

Выбранные контурные токи I_{11} , I_{22} показаны на рис.2 пунктиром, причём $I_{22} = J$. Тогда $(R_1 + R_2)I_{11} + R_2I_{22} = E_1 + E_2$, т.е. $(10 + 40)I_{11} + 40 \cdot 0,5 = 5 + 10$, откуда $I_{11} = -0,1$ А. Токи в ветвях $I_1 = -I_{11} = 0,1$ А, $I_2 = I_{11} + I_{22} = -0,1 + 0,5 = 0,4$ А.

Баланс мощностей источников и приёмников выражается равенством $-E_1I_1 + E_2I_2 + U_{ab}J = R_1I_1^2 + R_2I_2^2$. Здесь напряжение $U_{ab} = \Phi_a - \Phi_b = R_2I_2 - E_2 = 40 \cdot 0,4 - 10 = 6$ В. Мощность источников: $-5 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,5 = 6,5$ Вт. Мощность приёмников: $10 \cdot 0,1^2 + 40 \cdot 0,4^2 = 6,5$ Вт. Итак, баланс мощностей соблюдается.

4.3. В схеме рис.3 $U = 18$ В, $E_1 = 10$ В, $E_2 = 15$ В, $R_1 = 11$ Ом, $R_2 = 18$ Ом, $R_3 = R_4 = 30$ Ом, $R_5 = 40$ Ом. Определить токи в источниках ЭДС и напряжение U_{mn} .

В схеме шесть ветвей и четыре узла, поэтому $K_1 = 3$, $K_2 = 3$. Следовательно, в общем случае нужно решать систему из шести уравнений Кирхгофа или систему из трёх уравнений, составленных на основе метода контурных токов. Так как одна ветвь содержит только источник напряжения, то, применяя метод узловых потенциалов, придётся решать систему из двух уравнений. Но схема упрощается, если преобразовать треугольник элементов R_3, R_4, R_5 в звезду (см. пункт на рис.3). В преобразованной схеме лишь три ветви и два узла, т.е. $K_1 = 1$ и $K_2 = 2$.

Сопротивления в ветвях эквивалентной звезды:

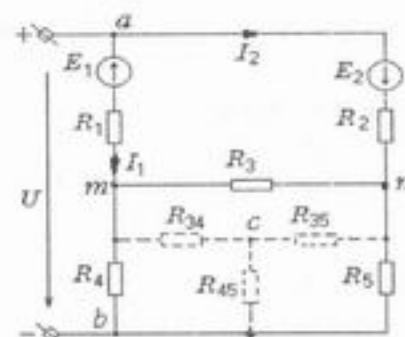


Рис.3

При расчёте преобразованной схемы можно избежать решения системы уравнений, применив метод двух узлов, к которому здесь сводится метод узловых потенциалов:

$$U_{ac} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_{34}} - \frac{E_2}{R_2 + R_{35}} + \frac{U}{R_{45}}}{\frac{1}{R_1 + R_{34}} + \frac{1}{R_2 + R_{35}} + \frac{1}{R_{45}}} = \frac{\frac{10}{20} - \frac{15}{30} + \frac{18}{12}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{12}} = 9 \text{ В.}$$

По закону Ома для ветви с ЭДС и резистивным элементом $I_1 = \frac{U_{ac} - E_1}{R_1 + R_{34}} = \frac{9 - 10}{20} = -0,05$ А, $I_2 = \frac{U_{ac} + E_2}{R_2 + R_{35}} = \frac{9 + 15}{30} = 0,8$ А.

Из уравнения Кирхгофа для контура $mnct$

$$U_{mn} = R_{34}I_1 - R_{35}I_2 = 9(-0,05) - 12 \cdot 0,8 = -10,0 \text{ В.}$$

4.4. В схеме на рис.4,а $E_1 = E_5 = 30$ В, $E_2 = 13$ В, $E_3 = E_4 = 10$ В, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $R_3 = R_5 = 30$ Ом, $R_4 = 20$ Ом. Определить ток в элементе R_2 .

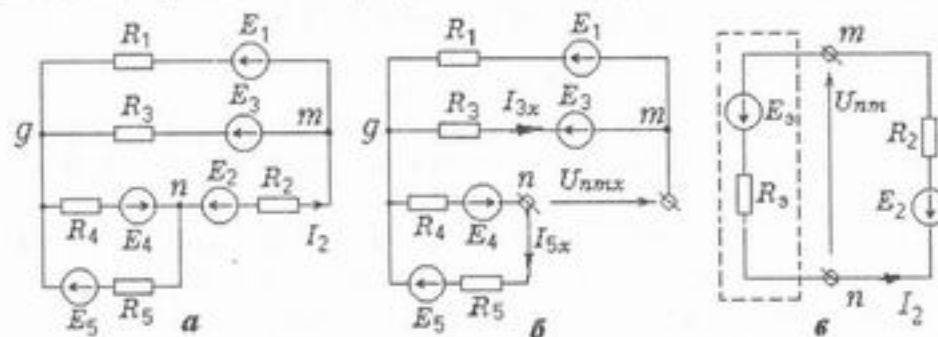


Рис.4

Поскольку требуется определить ток лишь в одной из ветвей, целесообразно применить метод эквивалентного источника. Для этого вся остальная по отношению к выделенной ветви mn часть цепи, содержащая источники и являющаяся активным двухполюсником, заменяется одним эквивалентным источником с элементами E_3 и R_3 (рис.4,б). Согласно этому методу ЭДС E_3 равна напряжению U_{nm} цепи с отключенной ветвью mn , а сопротивление R_3 равно сопротивлению цепи

без ветви mn относительно зажимов m, n . Для определения E_3 нужно найти токи в схеме рис.4,б.

Так как она состоит из двух независимых контуров, то

$$I_{3x} = \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3} = \frac{30 - 10}{10 + 30} = 0,5 \text{ А}, \quad I_{5x} = \frac{E_4 + E_5}{R_4 + R_5} = \frac{10 + 30}{20 + 30} = 0,8 \text{ А}.$$

По второму закону Кирхгофа для контура $mgnm$

$$-R_3 I_{3x} + R_4 I_{5x} + U_{umx} = E_3 + E_4,$$

$$U_{umx} = E_3 = E_3 + E_4 + R_3 I_{3x} - R_4 I_{5x} = 10 + 10 + 30 \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,8 = 19 \text{ В}.$$

Сопротивление относительно зажимов m, n в схеме рис.4,б определяется последовательным соединением двух пар параллельно включенных резистивных элементов:

$$R_3 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{10 \cdot 30}{40} + \frac{20 \cdot 30}{50} = 19,5 \text{ Ом}.$$

При выбранном направлении тока I_2 (рис.4,а) в соответствии со схемой рис.4,в

$$I_2 = \frac{E_3 - E_2}{R_3 + R_2} = \frac{19 - 13}{19,5 + 10} = 0,203 \text{ А}.$$

Задача 3.

ПРИМЕНЕНИЕ СИМВОЛИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ РАСЧЁТЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ЭДС

1. Исходные данные

В схеме три ветви и два узла. Каждая ветвь содержит индуктивный элемент и, кроме того, может содержать источник синусоидальной ЭДС, резистивный элемент, емкостный элемент.

1.1. Индуктивный элемент L_1 в ветви 1 имеет зажимы 1, 2; элемент L_2 в ветви 2 – зажимы 3, 4; элемент L_3 в ветви 3 – зажимы 5, 6. Зажимы 2, 4, 6 соединены в один узел. При этом индуктивность $L_1 = (125 - 10 c) \text{ мГн}, \quad L_2 = (25 + 10 a) \text{ мГн}, \quad L_3 = 60 \text{ мГн}.$

1.2. Две ветви имеют магнитную связь. Коэффициент связи $K = 0,8$. Одноименные зажимы индуктивно связанных катушек указаны в табл. 4.

Таблица 4

a	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
f	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Одноименные зажимы	1	1	2	3	1	2	2	4	1	2	3	4
	4	6	5	6	3	4	6	5	5	3	5	6

1.3. Ветвь № a содержит источник ЭДС произвольного направления $e_1 = 100 \sin(314 t + \psi) \text{ В}, \quad \psi = 120^\circ - 45^\circ b.$

1.4. Ветвь 1 содержит элементы a, f , ветвь 2 – элементы c, d , ветвь 3 – элементы d, e . Элементы a, c, d, e, f выбирают по табл.5.

Таблица 5

Номер элемента	1	2	3	4
Элемент	R	R	R	C

Сопротивление $R = 20 \text{ Ом}, \quad \text{ёмкость } C = 100 \text{ мкФ}.$

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно исходным данным (п.1) без учёта индуктивной связи.

2.2. Построить осциллограмму ЭДС $e_1(t)$ и изобразить ЭДС комплексной амплитудой.

2.3. Определить комплексные действующие значения токов во всех ветвях, применив эквивалентные преобразования исходной схемы.

2.4. Составить и рассчитать баланс комплексных мощностей.

2.5. Начертить схему согласно исходным данным (п.1) с учётом индуктивной связи, заменив ЭДС e_1 неизвестной ЭДС e_2 и включив в любую другую ветвь ещё один источник неизвестной ЭДС e_3 . Направления ЭДС можно задать произвольно. При этом полагать, что токи в ветвях остались теми же, что в исходной схеме.

2.6. Составить в общем виде уравнение по второму закону Кирхгофа в дифференциальной форме записи для определения ЭДС e_3 . Определить эту ЭДС.

2.7. Построить векторную диаграмму токов (ВДТ) и топографическую диаграмму (ТД) для контура схемы, не включающего ЭДС e_2 .

3. Методические указания

Расчёт установившегося режима линейной цепи с источниками синусоидальных ЭДС необходимо вести, применяя символические изображения мгновенных значений ЭДС, напряжений и токов, являющихся гармоническими функциями времени. В ходе решения задачи требуется внимательность при переходе от одних значений электрических величин к другим, от одной формы записи комплексных чисел к другой. Следует научиться соблюдать обозначения различных электрических величин и их значения: мгновенные, амплитудные, действующие, комплексные амплитудные, комплексные действующие. Таким образом, применительно к току обозначения будут следующими: i или $i(t)$, I_m , I , \dot{I}_m , \dot{I} . При переходе от алгебраической формы записи комплексных чисел к полярной или показательной рекомендуется для проверки каждый раз

изображать (можно в черновике) данное число вектором в определенном квадранте комплексной плоскости. Независимо от используемых средств расчёта: таблицы Брадиса В.М., логарифмической линейки, микрокалькулятора с тригонометрическими функциями, персонального компьютера, специальными программами, например, *Electronics Workbench*. В последнем случае можно воспользоваться рекомендациями [Л.7,8]. На кафедре ТОЭ (комн. 218) студенты могут получить программу «Комплексный калькулятор» на CD для расчёта комплексных величин.

3.1. В исходной схеме (п.2.1) буквенные обозначения элементов и токов должны быть совместимыми, т.е. соответствующими либо дифференциальной, либо символической форме записи уравнений Кирхгофа.

3.2. При выполнении п.2.2 рекомендуется слева от осциллограммы $e_1(t)$ или $e_1(\omega t)$ показать на комплексной плоскости комплексную амплитуду \dot{E}_{1m} (см. также «Введение», п.4).

3.3. В исходной схеме (п.2.3) лишь один источник ЭДС, поэтому в п.2.3 целесообразно применить эквивалентные преобразования, целью которых является «свёртывание» этой схемы, представленной с комплексными сопротивлениями, к одноконтурной схеме. После выполнения п.2.3 следует проверить баланс токов расчётом или построением ВДТ, которую требуется построить в п.2.7.

3.4. Баланс комплексных (активных и реактивных) мощностей должен сходиться с точностью, убедительно свидетельствующей о его выполнении. Погрешности, накопленные в расчетах из-за округления промежуточных результатов (см. п.5 «Введения»), дают относительную погрешность в расчёте баланса, не превышающую 2%.

3.5. Преобразованная схема, учитывающая индуктивные связи, отличается от исходной схемы наличием элементов M , e_2 (взамен e_1) и e_3 . Однако токи в обеих схемах одинаковы.

3.6. В задаче величину ЭДС e_2 определять не требуется. Для определения ЭДС e_3 в п.2.6 следует составить уравнение по второму закону Кирхгофа также и в символической форме записи, выбрав контур, не включающий неизвестную ЭДС e_2 .

3.7. ТД соответствует уравнению в символической форме записи, составленному по второму закону Кирхгофа в п.2.6. На ТД должны быть показаны и обозначены напряжения на всех элементах схемы, учитывающей индуктивные связи. Для обозначения точек на данной схеме и соответствующих точек на ТД рекомендуется применение цифр. При этом две точки пронумерованы согласно заданию. ВДТ служит ориентиром при построении ТД. Поэтому ВДТ и ТД должны быть построены на одной комплексной плоскости (на одном рисунке).

4. Примеры

4.1. Сформировать исходные данные и схему согласно коду $\{K\} = abcdef = 213241$. Начертить схемы по п.п.2.1, 2.5.

Исходные данные конкретизируются в виде:

1.1. $L_1 = 95$ мГн, $L_2 = 45$ мГн, $L_3 = 60$ мГн.

1.2. Коэффициент связи $K = 0,8$. Одноименными (табл.4) являются зажим 1 элемента L_1 в ветви 1 и зажим 3 элемента L_2 в ветви 2.

1.3. Ветвь 2 содержит источник ЭДС $e_1 = 100\sin(314t + 75^\circ)$ В, направление которой выбрано произвольно.

1.4. Ветвь 1 содержит элементы $2(R)$, $4(R)$, ветвь 2 – элементы $3(R)$, $2(R)$, ветвь 3 – элементы $2(R)$, $4(C)$ (табл.5). Сопротивление $R = 20$ Ом, ёмкость $C = 100$ мкФ.

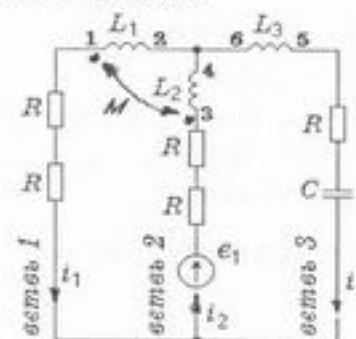


Рис. 5

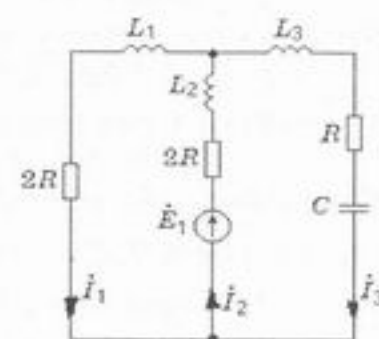


Рис. 6

Исходная схема показана на рис.5. Схема на рис.6 составлена по рис.5 без учёта индуктивной связи. Схема на рис.7 содержит элемент M , но токи в ней те же, что в схеме на рис.6. Это обеспечивается заменой ЭДС e_1 на ЭДС e_2 и включением в ветвь 1 ЭДС e_3 .

4.2. В схеме рис.6, составленной по п.п. 1.1, 1.3, 1.4, $\dot{E}_1 = 70,7\angle 75^\circ$ В, $R = 20$ Ом, $X_{L1} = 29,8$ Ом, $X_{L2} = 14,1$ Ом, $X_{L3} = 18,8$ Ом, $X_C = 31,9$ Ом. Определить действующие значения токов в ветвях и составить баланс комплексных мощностей.

В схеме лишь один источник ЭДС, поэтому целесообразно применить эквивалентные преобразования схемы.

Комплексные сопротивления в ветвях

$$\underline{Z}_1 = 2R + jX_{L1} = 40 + j29,8 = 49,9e^{j36^\circ 40'} = 49,9\angle 36^\circ 40' \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_2 = 2R + jX_{L2} = 40 + j14,1 = 42,4\angle 19^\circ 25' \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_3 = R + jX_{L3} - jX_C = 20 - j13,1 = 23,9\angle -33^\circ 12' \text{ Ом.}$$

Ветви с сопротивлениями $\underline{Z}_1, \underline{Z}_3$ включены параллельно, и эквивалентное им сопротивление

$$\underline{Z}_{13} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{49,9\angle 36^\circ 40' \cdot 23,9\angle -33^\circ 12'}{40 + j29,8 + 20 - j13,1} = 19,17\angle -12^\circ 05' = 18,8 - j4,0 \text{ Ом.}$$

Схема становится одноконтурной с ЭДС \dot{E}_1 и сопротивлением $Z = Z_2 + Z_{13} = 40 + j14,1 + 18,8 - j4,0 = 59,8 \angle 9^\circ 45'$ Ом.

По закону Ома

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_1}{Z} = \frac{70,7 \angle 75^\circ}{59,8 \angle 9^\circ 45'} = 1,182 \angle 65^\circ 15' = 0,495 + j1,072 \text{ А}$$

$$\dot{U}_{20} = Z_{13} \dot{I}_2 = 19,17 \angle -12^\circ 05' \cdot 1,182 \angle 65^\circ 15' = 22,66 \angle 53^\circ 10' \text{ В}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{20}}{Z_1} = \frac{22,66 \angle 53^\circ 10'}{49,9 \angle 36^\circ 40'} = 0,454 \angle 16^\circ 30' = 0,435 + j0,129 \text{ А}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{20}}{Z_3} = \frac{22,66 \angle 53^\circ 10'}{23,9 \angle -33^\circ 12'} = 0,948 \angle 86^\circ 22' = 0,060 + j0,945 \text{ А}$$

Баланс токов по первому закону Кирхгофа соблюдается:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_3; \quad 0,495 + j1,072 = 0,495 + j1,074 \text{ А}$$

Таким образом, токи в ветвях имеют действующие значения:

$$I_1 = 0,454 \text{ А}, \quad I_2 = 1,182 \text{ А}, \quad I_3 = 0,948 \text{ А}$$

Комплексные мощности источника и приёмников:

$$\underline{S}_{11} = \dot{E}_1 \dot{I}_2 = 70,7 \angle 75^\circ \cdot 1,182 \angle -65^\circ 15' = 82,3 + j14,1 \text{ В А}$$

$$\begin{aligned} \sum \underline{S}_{11} &= Z_1 \dot{I}_1^2 + Z_2 \dot{I}_2^2 + Z_3 \dot{I}_3^2 = \\ &= (40 + j29,8) \cdot 0,454^2 + (40 + j14,1) \cdot 1,182^2 + (20 - j13,1) \cdot 0,948^2 = \\ &= 82,1 + j14,1 \text{ ВА} \end{aligned}$$

$$\underline{S}_u = \sum \underline{S}_{11} = 82,3 + j14,1 = 82,1 + j14,1 \text{ ВА}$$

4.3. В схеме на рис.7 сохранены те же точки и параметры одноименных элементов, что в схеме на рис.6 примера 4.2, но введены три новых элемента: M , \dot{E}_2 (взамен \dot{E}_1) и \dot{E}_3 . Коэффициент связи $K = 0,8$. Определить ЭДС e_3 , построить векторную диаграмму токов и ТД для контура, не включающего ЭДС e_2 .

Сопротивление взаимной индукции $X_M = K \sqrt{X_{L1} X_{L2}} = 16,4 \text{ Ом}$.

ЭДС e_2 определять не требуется. Поэтому для определения e_3 следует составить уравнение по второму закону Кирхгофа для внешнего контура схемы рис.7:

$$\begin{aligned} \dot{E}_3 &= jX_C \dot{I}_3 - R \dot{I}_3 - jX_{L3} \dot{I}_3 - jX_M \dot{I}_2 + jX_{L1} \dot{I}_1 + 2R \dot{I}_1 = j31,9 \cdot 0,948 \angle 86^\circ 22' - \\ &- 20 \cdot 0,948 \angle 86^\circ 22' - j18,8 \cdot 0,948 \angle 86^\circ 22' - j16,4 \cdot 1,182 \angle 65^\circ 15' + \\ &+ j29,8 \cdot 0,454 \angle 16^\circ 30' + 40 \cdot 0,454 \angle 16^\circ 30' = 19,4 \angle -24^\circ 45' \text{ В} \end{aligned}$$

т.е. $e_3 = 19,4 \sqrt{2} \sin(314t - 24^\circ 45')$ В.

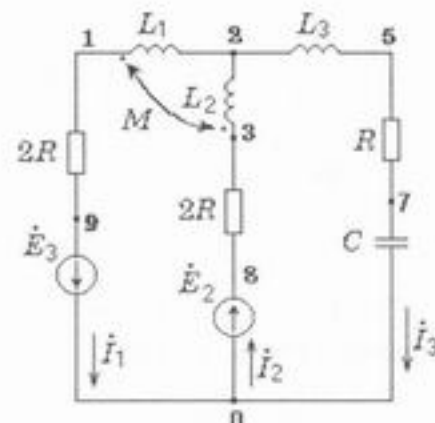


Рис. 7

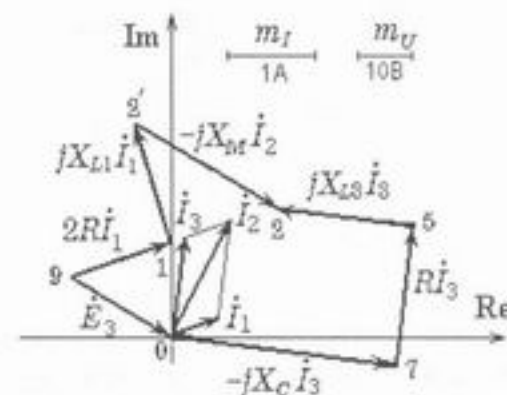


Рис. 8

В процессе предыдущих вычислений определены действующие значения напряжений: $U_{19} = 2R I_1 = 18,2 \text{ В}$, $U_{L1} = X_{L1} I_1 = 13,5 \text{ В}$, $U_M = X_M I_2 = 19,4 \text{ В}$, $U_{70} = X_C I_3 = 30,2 \text{ В}$, $U_{57} = R I_3 = 19,0 \text{ В}$, $U_{L3} = X_{L3} I_3 = 17,8 \text{ В}$.

ВДТ построена на рис.8. Она служит ориентиром при построении ТД. Так, вектор напряжения $\dot{U}_{19} = 2R \dot{I}_1$ совпадает по направлению с вектором тока \dot{I}_1 и направлен на рис.8 от точки 9 к точке 1, вектор напряжения $\dot{U}_{70} = -jX_C \dot{I}_3$ сдвинут относительно вектора тока \dot{I}_3 на угол -90° и направлен на рис.8 от точки 0 к точке 7 и т.д. Потенциал точки 0 на рис.7 принят за нуль ($\phi_0 = 0$), величина \dot{E}_3 получена как замыкающий вектор (рис.8) при построении ТД с обходом внешнего контура схемы рис.7, что соответствует уравнению, составленному в примере по второму закону Кирхгофа.

4.4. В схеме рис.9 $X_L = 200 \text{ Ом}$, $X_C = 300 \text{ Ом}$. Определить сопротивление R_2 , при котором наступит резонанс.

Для реализации условия резонанса напряжений необходимо сначала произвести эквивалентное преобразование схемы рис.9 к схеме рис.10, в

которой $X_{C3} = \frac{R_2^2 X_C}{R_2^2 + X_C^2}$. Резонанс наступит при условии $X_L = X_{C3}$,

$$\text{откуда } R_2 = \sqrt{\frac{X_L X_C^2}{X_C - X_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^6}{300 - 200}} = 424 \text{ Ом}$$

4.5. В схеме рис.11 $\dot{E} = 62 \text{ В}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $X_C = 70 \text{ Ом}$. Определить комплексное сопротивление Z_n приемника, при котором в нем выделится максимальная активная мощность, и саму эту мощность.

Цепь следует сначала представить в простейшем виде с источником и приёмником (рис.12). При этом применяется метод эквивалентного источника. Часть цепи без приёмника по отношению к зажимам 1, 2

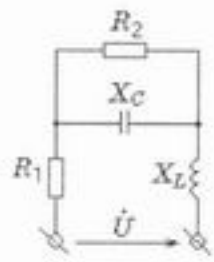


Рис. 9

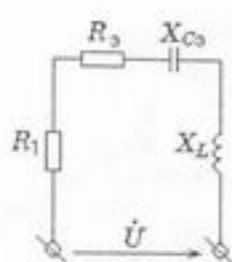


Рис. 10

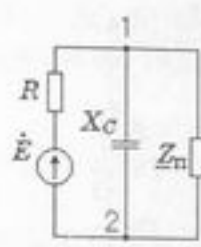


Рис. 11

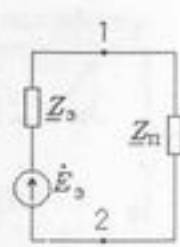


Рис. 12

является активным двухполюсником, который представляется в виде источника с ЭДС и сопротивлением (см. рис.12):

$$\dot{E}_3 = \frac{\dot{E}(-jX_c)}{R - jX_c} = \frac{62(-j70)}{50 - j70} = 50 \angle -36^\circ \text{ В.}$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{jX_c R}{R - jX_c} = \frac{-j70 \cdot 50}{50 - j70} = 33,1 - j24,1 \text{ Ом.}$$

Максимум активной мощности в приёмнике $P_{\text{п макс}}$ имеет место при условии: $\underline{Z}_{\text{п}} = \underline{Z}_3 = 33,1 + j24,1 \text{ Ом}$. При этом $P_{\text{п макс}} = \frac{E_3^2}{4R_{\text{п}}} = 19 \text{ Вт}$.

Задача 4.

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ТРЁХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С СИММЕТРИЧНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ЭДС

1. Исходные данные

Схема соединения трёхфазного симметричного источника и несимметричного приёмника – типа $\lambda-\lambda$ с нейтральным проводом. Источник имеет стандартную разметку полюсов фаз: A, B, C, N . Сопротивления линейных проводов, кроме нейтрального, не учитываются. В схему включены измерительные приборы.

1.1. Комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}_{ef} = 220 \text{ В}$ при прямом чередовании фаз A, B, C . Значениям букв кода e, f соответствует разметка фаз согласно табл.6.

Таблица 6

e или f	1	2	3	4
Полюсы источника	A	B	C	N

1.2. Комплексное сопротивление одной из фаз приёмника $\underline{Z}_a = 150 + j^c 100 \text{ Ом}$ определяется по табл.7.

Таблица 7

a	1	2	3
Фаза приёмника	A	B	C
Напряжение последовательности	прямой \dot{U}_1	обратной \dot{U}_2	нулевой \dot{U}_0

Комплексное сопротивление в остальных фазах приёмника одинаково: $\underline{Z} = 150 \text{ Ом}$, а сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N = 100 \text{ Ом}$.

1.3. Вольтметр подключён к нейтральным точкам источника и приёмника и измеряет действующее значение.

1.4. Схема содержит три ваттметра для измерения активной мощности источника. Токовые обмотки ваттметров включены в линейные провода.

2. Задание

- Начертить схему согласно исходным данным.
- Определить показания всех приборов.
- Определить активную мощность приёмника, включающего сопротивление нейтрального провода, и сопоставить её с алгебраической суммой показаний ваттметров.
- Построить ВДТ и ТД для всей схемы.
- Рассчитать фазные напряжения прямой, обратной или нулевой последовательности приёмника в соответствии с табл.7 и построить их векторную диаграмму.

3. Методические указания

Решение данной задачи основано на применении символических изображений гармонических функций времени и связано с использованием известных методов расчёта цепей синусоидального тока.

3.1. Выполнение п. 2.2, 2.3 предусматривает расчёт всех токов и напряжений. Для расчёта токов рационально применение метода узловых потенциалов с последующим использованием закона Ома.

3.2. Одноименные полюсы ваттметров, включённых в схему по п.1.4, должны быть обращены к источнику.

4. Примеры

4.1. Сформировать исходные данные и схему согласно коду $\{K\} = abcdef = 213241$ и табл.6, 7.

Исходные данные конкретизируются в виде:

4.1.1. Согласно коду $e = 4, f = 1$, а по табл.6 $\dot{U}_{ef} = \dot{U}_{NA} = 220 \text{ В}$.

4.1.2. Так как $a = 2, c = 3$, то согласно табл.7 с учетом п.п.1.3, 1.4 схема имеет вид рис.13. $\underline{Z}_B = 150 + j^3 100 \text{ Ом}$, т.е. $\underline{Z}_B = 150 - j100 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_A = \underline{Z}_C = 150 \text{ Ом}$, а $\underline{Z}_N = 100 \text{ Ом}$.

4.2. Пусть в схеме рис.13 $\dot{U}_{NA} = 100 \angle 45^\circ$ В, $Z_B = -j500$ Ом, $Z_A = Z_C = Z_N = 500$ Ом.

Определить показания ваттметра W_1 и напряжение прямой последовательности на приёмнике.

Направление тока \dot{I}_A указано на рис.13. Напряжения источника определяются по его ТД (рис.14).

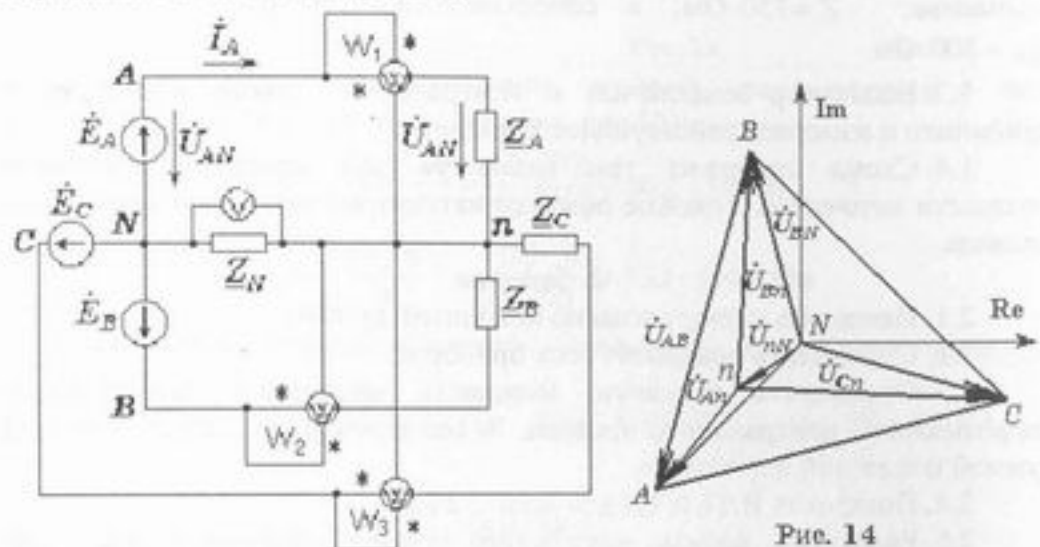


Рис. 13

Построение ТД в осях Re , Im начинается с построения базового вектора $\dot{U}_{NA} = -\dot{U}_{AN}$. Остальные фазные напряжения строятся с учётом прямого чередования фаз. Из рассмотрения рис.14 следует:

$$\dot{U}_{AN} = 100 \angle -135^\circ \text{ В}, \quad \dot{U}_{BN} = 100 \angle 105^\circ \text{ В}, \quad \dot{U}_{CN} = 100 \angle -15^\circ \text{ В}.$$

Здесь целесообразно применить метод двух узлов. Проводимости ветвей:

$$Y_A = Y_C = Y_N = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{500} = 0,002 \text{ См},$$

$$Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{-j500} = j0,002 = 0,002 \angle 90^\circ \text{ См}.$$

Напряжение между нейтральными точками n и N

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \frac{\dot{U}_{AN} Y_A + \dot{U}_{BN} Y_B + \dot{U}_{CN} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} = \\ &= \frac{100 \angle -135^\circ \cdot 0,002 + 100 \angle 105^\circ \cdot j0,002 + 100 \angle -15^\circ \cdot 0,002}{0,002 + j0,002 + 0,002 + 0,002} = \\ &= 44,72 \angle -138,4^\circ = -33,46 - j29,67 \text{ В}. \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{An} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{nN} = -70,71 - j70,71 + 33,46 + j29,67 = 55,42 \angle -132,2^\circ \text{ В},$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN} = -25,88 + j96,59 + 33,46 + j29,67 = 129,49 \angle 86,56^\circ \text{ В},$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN} = 96,59 - j25,88 + 33,46 + j29,67 = 130,1 \angle 1,67^\circ \text{ В}.$$

С учётом закона Ома ток

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} \cdot Y_A = 55,42 \angle -132,2^\circ \cdot 0,002 = 0,11 \angle -132,2^\circ = -0,0739 - j0,0815 \text{ А}$$

Напряжение прямой последовательности, например, в фазе A приёмника

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A1} &= \frac{1}{3} (\dot{U}_{An} + \underline{a} \dot{U}_{Bn} + \underline{a}^2 \dot{U}_{Cn}) = \frac{1}{3} (55,42 \angle -132,2^\circ + 1 \angle 120^\circ \cdot 126,49 \angle 86,56^\circ + \\ &+ 1 \angle 240^\circ \cdot 130,1 \angle 1,67^\circ) = 100 \angle -135^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

Здесь $\underline{a} = e^{j120^\circ}$ – оператор поворота векторов фазных напряжений.

Напряжения обратной и нулевой последовательностей в фазе A приёмника

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3} (\dot{U}_{An} + \underline{a}^2 \dot{U}_{Bn} + \underline{a} \dot{U}_{Cn}), \quad \dot{U}_{A0} = \frac{1}{3} (\dot{U}_{An} + \dot{U}_{Bn} + \dot{U}_{Cn}).$$

Показание ваттметра W_1 в соответствии с принятой на рис.13 разметкой одноименных зажимов и ТД рис.14 определяются следующим образом:

$$P_{W1} = \text{Re} \dot{U}_{An} \dot{I}_A = \text{Re}(55,42 \angle -132,2^\circ \cdot 0,11 \angle 132,2^\circ) = 6,1 \text{ Вт}.$$

Задача 5

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ТРЁХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С СИММЕТРИЧНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ЭДС

1. Исходные данные

Схема соединения трёхфазного симметричного источника и симметричного приёмника типа $\Delta-\Delta$ т.е. «звезда-звезда с нейтральным проводом». Источник имеет стандартную разметку полюсов A, B, C, N . В схему включены измерительные приборы электромагнитной системы.

1.1. Напряжение одной из фаз источника

$$u_a = 200 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t + 15 \sin 5\omega t \text{ В},$$

где вместо индекса a из букв кода следует поставить букву из разметки полюсов из табл.8.

Таблица 8

a	1	2	3
Фаза источника	A	B	C

1.2. Комплексное сопротивление каждой фазы приёмника току основной частоты $Z_{(1)} = 40 + j(c-d)20$ Ом..

1.3. Амперметр A_1 включён в фазу A , A_2 – в нейтральный провод. Вольтметр V_1 включён на полюсы A, N , а V_2 – на полюсы A, B .

2. Задание

- 2.1. Начертить схему согласно исходным данным.
- 2.2. Составить выражение для мгновенных значений всех фазных напряжений источника.
- 2.3. Определить все токи и записать выражения для их мгновенных значений. Построить векторные диаграммы токов для прямой, обратной и нулевой последовательностей фаз.
- 2.4. Определить показания приборов.

3. Методические указания

- 3.1. При выполнении п.2.1 следует учесть последовательность фаз каждой из гармоник напряжений источника.
- 3.2. При выполнении п.2.2 необходим учёт влияния частоты на величину сопротивлений токам разных гармонических составляющих. Сопротивления линейных проводов целесообразно объединить с фазными сопротивлениями приёмника.

4. Пример

Симметричный приёмник соединён в звезду, и четырьмя проводами подсоединён к симметричному источнику с напряжением в одной из фаз, равным $u = 310 \sin \omega t + 100 \sin 3\omega t$ В. Комплексное сопротивление фазы приёмника основной гармонической составляющей тока $Z_{(1)} = 100 + j50$ Ом. Сопротивлением проводов в этом примере следует пренебречь. Определить действующие значения фазных и линейных напряжений, а также тока в нейтральном проводе.

Действующее значение фазного напряжения

$$U_{\phi} = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2} = \sqrt{\left(\frac{310}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2} = 230 \text{ В.}$$

В линейном напряжении отсутствуют гармоники, кратные трём, поэтому действующее значение линейного напряжения

$$U_{\Delta} = \sqrt{3} \frac{310}{\sqrt{2}} = 380 \text{ В.}$$

Ток в нейтральном проводе содержит только гармонические составляющие, кратные трём, поэтому

$$I_N = 3I_{(3)} = 3 \frac{U_{(3)}}{Z_{(3)}} = 3 \frac{100}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{100^2 + 150^2}} = 1,18 \text{ А.}$$

Задача 6.

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С РЕЗОНАНСНЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ

1. Исходные данные

Линейная цепь состоит из ветвей 1, 2, 3, соединённых параллельно. Каждая ветвь содержит резистор, может содержать источник ЭДС, а также конденсатор и катушку индуктивности. В цепь включены измерительные приборы.

1.1. Источник ЭДС e произвольного направления, катушка индуктивности с параметрами R, L , конденсатор с ёмкостью C включены в ветви, номера которых зависят от букв кода a и c , как указано в табл.9.

Таблица 9

a	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
c	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ЭДС e	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Катушка (R, L)	2	2	1	2	1	3	3	3	2	1	3	2
Конденсатор (C)	3	2	2	2	3	3	2	3	1	1	1	2

1.2. ЭДС $e = 5c + 10b \sin \omega t + 5d \sin(2\omega t + 20^\circ)$ В, $R = 100$ Ом, $L = (30 - 5f)$ мГн, $C = 50f$ пФ. Резисторы во всех ветвях одинаковы: $R_1 = R_2 = R_3 = 0,5$ кОм.

1.3. Один вольтметр подключён к источнику, другой – к конденсатору. Амперметр включён в ветвь с источником. Эти приборы относятся к электромагнитной системе измерения. Ваттметр электродинамической системы измеряет активную мощность источника.

2. Задание

- 2.1. Начертить схему согласно исходным данным.
- 2.2. Определить частоту основной гармонической составляющей ЭДС, при которой в цепи возникает резонанс.
- 2.3. Задавшись ЭДС согласно п.1.1, с учётом результата по п.2.2 определить мгновенные значения всех токов.
- 2.4. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму для первых гармонических составляющих.
- 2.5. Составить и рассчитать баланс активных мощностей.
- 2.6. Определить показания всех приборов.

3. Методические указания

3.1. При выполнении п.2.2 необходимо реализовать одно из условий резонанса (либо напряжений, либо токов).

3.2. При выполнении п.2.4 рекомендуется выполнять отдельные схемы для каждой составляющей воздействия: постоянной, основной (первой) гармонической и гармоники двойной частоты.

4. Пример

В схеме рис.15 $e = 80 + 100 \sin \omega t + 50 \sin 2\omega t$ В, $R = 2$ кОм, $L = 20$ мГн, $C_1 = 200$ пФ.

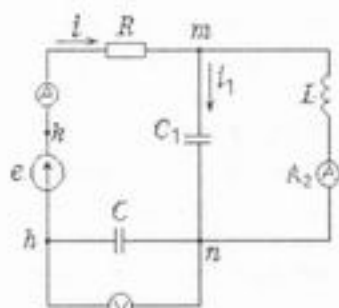


Рис. 15

Определить частоту, при которой возникает резонанс токов, и, приняв ее за частоту второй гармонической составляющей, определить величину ёмкости C , при которой возникает резонанс напряжений на основной частоте. Определить показания приборов электромагнитной системы измерения. Условием резонанса токов на участке mn является равенство реактивных проводимостей в ветвях с токами i_1, i_2

$$Y_{1(2)} = j2\pi f_{(2)} C_1, \quad Y_{2(2)} = -\frac{j}{2\pi f_{(2)} L}$$

Тогда соответствующая частота второй гармонической составляющей

$$f_{(2)} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{20 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-12}}} = 79,6 \cdot 10^3 \text{ Гц} = 79,6 \text{ кГц},$$

а угловая частота $2\omega = 2\pi f_{(2)} = 2\pi \cdot 79,6 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^5$ рад/с, т.е. $\omega = 2,5 \cdot 10^5$ рад/с.

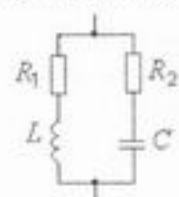


Рис. 16

Здесь следует заметить, что при наличии элементов R_1 и R_2 в параллельных ветвях с элементами L и C (рис. 16) резонанс токов определяется частотой

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_1^2 - \rho^2}{R_2^2 - \rho^2}}, \quad \text{где } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Условием резонанса напряжений в схеме рис.15 на основной частоте является равенство нулю реактивного сопротивления по отношению к полюсам источника k, h .

Поскольку

$$\begin{aligned} Z_{mn(1)} &= \frac{j\omega L \left(-\frac{j}{\omega C_1}\right)}{j\omega L - \frac{j}{\omega C_1}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC_1} = \frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{1 - (2,5 \cdot 10^5)^2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-12}} = \\ &= j6667 \text{ Ом} \approx j6,67 \text{ кОм}, \end{aligned}$$

то с учётом $X_{kh(1)} = 0$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^5 \cdot 6,67 \cdot 10^3} = 600 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 600 \text{ пФ}.$$

В выражении $i(t)$ отсутствуют постоянная составляющая из-за элемента C и вторая гармоника из-за бесконечно большого сопротивления

$$Z_{mn(2)}: \quad i = i_{(1)} = \frac{e_{(1)}}{R} = \frac{100}{2} \sin \omega t = 50 \sin \omega t \text{ мА}.$$

Амперметр A должен показывать ток $I = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35,4$ мА.

Переменное напряжение на элементе C создаётся лишь основной гармонической составляющей тока:

$$\dot{U}_{C(1)} = -\frac{j}{\omega C} i_{(1)} = -\frac{j35,4 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^5 \cdot 600 \cdot 10^{-12}} = -j236 \text{ В}.$$

Следовательно, напряжение $u_C = 80 + 236\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)$ В, и вольтметр должен показать

$$U_C = \sqrt{U_{C(0)}^2 + U_{C(1)}^2} = \sqrt{80^2 + 236^2} = 249 \text{ В}.$$

Постоянная составляющая тока i_2 отсутствует, первая гармоническая составляющая с учётом резонанса напряжений определяется как

$$i_{2(1)} = \frac{\dot{U}_{mn(1)}}{j\omega L_1} = \frac{\dot{U}_{C(1)}}{j\omega L_1} = \frac{j236}{j2,5 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 0,047 \text{ А} = 47 \text{ мА},$$

а вторая с учётом резонанса токов как

$$i_{2(2)} = \frac{\dot{U}_{mn(2)}}{j2\omega L} = \frac{50}{\sqrt{2} j2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = -j3,5 \cdot 10^{-3} \text{ А} = -j3,5 \text{ мА}.$$

Амперметр A_2 должен показывать ток

$$I_2 = \sqrt{I_{2(1)}^2 + I_{2(2)}^2} = \sqrt{47^2 + 3,5^2} = 47,1 \text{ мА}.$$

Задача 7.

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКА С ИСТОЧНИКОМ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ЭДС НА ВХОДЕ

1. Исходные данные

Линейный пассивный четырёхполюсник (ЧП) имеет входные полюсы c, f и выходные d, e в соответствии с цифрами кода. Полюсы соединены друг с другом ветвями, комплексные сопротивления или проводимости которых заданы далее в п.1.2 и 1.3.

1.1. Входное напряжение $u_1 = 100 \sin 6280t$ В.

1.2. Комплексные сопротивления $Z_{cd} = 1 + j2$ кОм, $Z_{fe} = 0,5b$ кОм, комплексные проводимости $Y_{cf} = 1$ мСм, $Y_{ce} = -j1$ мСм, $Y_{df} = j0,7$ мСм, $Y_{de} = 0,5 + j0,5$ мСм.

1.3. Из перечисленных в п.1.2 параметров два приравнять к нулю согласно табл.10, вычислив номера столбцов.

Таблица 10

$4(a-1)+5-c$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$4(a-1)+5-c$												
Равны нулю	Y_{ce}	Y_{df}	Y_{de}	Z_{fe}	Y_{cf}	Y_{ce}	Y_{df}	Y_{de}	Y_{cf}	Y_{ce}	Y_{df}	Z_{cd}

2. Задание

2.1. Начертить схему ЧП согласно исходным данным (п.1), показав элементы R, L, C , и рассчитать параметры этих элементов.

2.2. Определить коэффициенты основных уравнений ЧП в форме A .

2.3. Определить комплексные сопротивления эквивалентной Т-образной схемы и начертить её, показав все элементы.

2.4. Определить характеристические параметры ЧП и выходное напряжение при согласованном приёмнике.

2.5. Определить передаточную функцию по напряжению при холостом ходе и построить амплитудно-частотную характеристику.

3. Методические указания

3.1. Коэффициенты уравнений в форме A рекомендуется определять, исходя из рассмотрения режимов холостого хода и короткого замыкания ЧП.

3.2. Расчёт комплексных сопротивлений эквивалентной Т-образной схемы следует произвести с использованием коэффициентов уравнений в форме A .

4 Пример

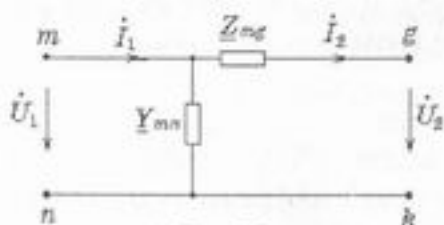


Рис. 17

В схеме ЧП (рис.17)

$$u_1 = 28,3 \sin 6280t \text{ В,}$$

$$Z_{mg} = 1 \text{ кОм, } Y_{mn} = -j1 \text{ мСм.}$$

Определить коэффициенты уравнений ЧП в форме A и выходное напряжение при согласованном приёмнике.

В соответствии с основными уравнениями ЧП в форме A

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2.$$

При рассмотрении режимов холостого хода и короткого замыкания коэффициенты

$$A = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} = 1, \quad B = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} = Z_{mg} = 1 \text{ кОм,}$$

$$C = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} = Y_{mn} = -j1 \text{ мСм,} \quad D = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} = 1 + Z_{mg} Y_{mn} = 1 - j1.$$

Свойство взаимности линейного пассивного ЧП соблюдается:

$$AD - BC = 1.$$

Характеристические сопротивления

$$Z_{C1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 1}{-j1(1-j1)}} = 0,842 \angle 67,5^\circ \text{ Ом,}$$

$$Z_{C2} = \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \sqrt{\frac{1(1-j1)}{1(-j1)}} = 1,187 \angle 22,5^\circ \text{ Ом.}$$

Коэффициент передачи может быть определен из соотношения

$$e^{\Gamma} = \sqrt{AD} + \sqrt{BC} = \sqrt{1(1-j1)} + \sqrt{1(-j1)} = 2,14 \angle -32,6^\circ.$$

В согласованном режиме ЧП

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \sqrt{\frac{Z_{C2}}{Z_{C1}}} e^{-\Gamma} = 20 \sqrt{\frac{1,187 \angle 22,5^\circ}{0,842 \angle 67,5^\circ}} \frac{1}{2,14} \angle 32,6^\circ = 11,09 \angle 10,1^\circ \text{ В,}$$

$$\text{т.е. } u_2 = 15,68 \sin(6280t + 10,1^\circ) \text{ В.}$$

Задача 8.

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА В ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

1. Исходные данные

Воздушная двухпроводная однородная линия электропередачи подключена к источнику синусоидального напряжения частотой 50 Гц.

1.1. Заданы: при $c = 1$ действующее значение входного напряжения $U_1 = 60$ кВ; при $c = 2$ входной ток $I_1 = 100$ А; при $c = 3$ выходное напряжение $U_2 = 50$ кВ; при $c = 4$ выходной ток $I_2 = 80$ А.

1.2. Первичные параметры линии: $R_0 = 0,15b$ Ом/км, $L_0 = (0,2 + 0,08e)$ мГн/км, $G_0 = 0,5$ мкСм/км, $C_0 = (0,1 + 0,04e)$ мкФ/км. Длина линии $l = 60d$ км.

2. Задание

2.1. Определить неизвестные напряжения и токи в начале и в конце линии при согласованном приемнике. Определить КПД линии.

2.2. Определить напряжение холостого хода и ток короткого замыкания в конце линии при заданном напряжении U_1 .

3. Методические указания

При решении задачи необходимо сначала определить характеристические (вторичные) параметры, а затем воспользоваться уравнениями длинной линии в характеристической форме записи (уравнениями с гиперболическими функциями). Рекомендуется отсчёт линейной координаты вести от конца линии.

4. Пример

Цепь состоит из источника синусоидальной ЭДС с $U_1 = 1$ кВ, воздушной линии и согласованного с ней приёмника. Длина линии $l = 50$ км. Характеристические параметры: $Z_B = 4,7 \angle -15^\circ$ кОм, $\gamma = (1,5 + j3) \cdot 10^{-2}$ 1/км. Определить ток в конце линии.

Из уравнений длинной линии в характеристической форме записи следует, что при согласованном режиме линии

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 e^{-\gamma l} = 1 e^{-(1,5 + j3) \cdot 10^{-2} \cdot 50} = 0,47 e^{-j86^\circ} \text{ кВ.}$$

Так как сопротивление приёмника равно Z_B , то

$$i_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_B} = \frac{0,47 \angle -86^\circ}{4,7 \angle -15^\circ} = 0,1 \angle -71^\circ \text{ А.}$$

Задача 9.

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА В ЛИНИИ БЕЗ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ

1. Исходные данные

Кабельная однородная длинная линия питается от источника синусоидальной ЭДС. Потерями мощности в линии можно пренебречь.

1.1. Действующее значение входного напряжения $U_1 = 30$ В при частоте 200 кГц.

1.2. Первичные параметры линии: $L_0 = 0,4e$ мГн/км, $C_0 = (0,02 + j0,003e)$ мкФ/км. Длина линии $l = 2d$ км.

1.3. При $c = 1$ линия разомкнута на конце, при $c = 2$ – замкнута накоротко, при $c = 3$ – нагружена на катушку индуктивности без потерь с индуктивным сопротивлением, равным волновому, при $c = 4$ – нагружена на конденсатор с ёмкостным сопротивлением, равным волновому.

2. Задание

2.1. Определить ток и напряжение в конце линии, а также ток в её начале.

2.2. Рассчитать и начертить графики изменения действующих значений напряжения и тока вдоль линии.

2.3. Определить минимальную частоту, при которой входное сопротивление линии будет равно нулю.

3. Методические указания

При решении задачи необходимо сначала определить характеристические (вторичные) параметры, а затем воспользоваться уравнениями длинной линии без потерь в характеристической форме записи (уравнениями с тригонометрическими функциями). Рекомендуется отсчёт линейной координаты вести от конца линии.

4. Пример

Цель состоит из источника гармонического напряжения и линии без потерь мощности, разомкнутой на конце. Напряжение на входе линии $U_1 = 100$ В, частота $f = 100$ МГц, длина $l = 4,9$ м, первичные параметры $L_0 = 1,6$ мкГн/м, $C_0 = 5$ пФ/м. Определить напряжение на выходе и минимальную частоту, при которой входное сопротивление линии будет бесконечно большим.

Согласно основным уравнениям длинной линии без потерь

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \beta l, \quad \dot{I}_1 = j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta l.$$

Волновое сопротивление $Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-12}}} = 566$ Ом, а

коэффициент фазы $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \cdot 10^8 \sqrt{1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-12}} = 1,78$ рад/м.

Поэтому при заданной частоте

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\cos \beta l} = \frac{100}{\cos(1,78 \cdot 4,9)} = 131 \text{ В.}$$

Входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = -j Z_B \operatorname{ctg} \beta l = -j \frac{Z_B}{\operatorname{tg} \beta l}.$$

Значение $Z_{\text{вх}} \rightarrow \infty$ при $\operatorname{tg} \beta l \rightarrow 0$, т.е. при $\beta l = \omega \sqrt{L_0 C_0} l = \pi k$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно, искомая минимальная частота соответствует $k = 1$:

$$f_{\text{мин}} = \frac{1}{2l \sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{2 \cdot 4,9 \sqrt{1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-12}}} = 36,1 \cdot 10^6 \text{ Гц} = 36,1 \text{ МГц.}$$

При этой частоте линия на холостом ходу обладает свойствами задерживающего фильтра.

Задача 10.

ПРИМЕНЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ РАСЧЁТЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННЫХ ЭДС

1. Исходные данные

Схема имеет три ветви: № 1, 2 и 3.

1.1. Ветвь 1 содержит элементы R, L , ветвь 2 – элемент C , ветвь 3 – элементы R, R_1 . Источник постоянной ЭДС произвольного направления включен в ветвь 1 при нечётном значении d , или в ветвь 3 – при чётном значении d .

1.2. Коммутация осуществляется в зависимости от значений букв a, c кода табл.11.

Таблица 11

a	c	Описание коммутации
1	2	3
1	1	Имеется ключ K , переключающий цепь с питания от источника E на питание от источника $E_1 = 2E$, где E_1 совпадает по направлению с E , E_1 противоположно по направлению E
	2	
1	3	Элемент R_1 шунтирован ключом K : нормально замкнутым нормально разомкнутым
	4	
2	1	Имеется нормально разомкнутый ключ: в ветви 2, в ветви 3
	2	
2	3	Элемент R в ветви 1 шунтирован ключом K : нормально замкнутым нормально разомкнутым
	4	
3	1	Нормально замкнутый ключ K шунтирует: элемент C , элемент R_1
	2	
3	3	Имеется нормально разомкнутый ключ K : в ветви 1, в ветви 2
	4	

1.3. ЭДС $E = 10e$ В, сопротивления $R = 5bf$ Ом, $R_1 = 50bf$ Ом, индуктивность $L = 1,25d$ мГн, ёмкость $C = 1,0d$ мкФ.

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно исходным данным (п.1).

2.2. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа для определения неизвестных токов.

2.3. Определить закон изменения тока в ветви $bc-dl$, применив классический метод расчёта.

2.4. Построить осциллограмму найденного тока для интервала времени $0 < t < 4|D|$, где D – меньший по модулю корень характеристического уравнения, если корни вещественные, или действительная часть одного из корней, если корни комплексно-сопряжённые.

3. Методические указания

3.1. Под словом “шунтирование” в п.1.2 подразумевается параллельное подсоединение.

3.2. На схеме следует указать стрелкой направление срабатывания ключа K в момент времени $t = 0$.

3.3. Построение осциллограммы найденного тока следует производить путём графического сложения принуждённой и свободной составляющих.

4. Пример

В схеме цепи рис.18 в момент $t = 0$ мгновенно осуществляется коммутация. $E = 18$ В, $R = 60$ Ом, $L = 10$ мГн, $C = 5$ мкФ. Определить закон изменения тока $i_3(t)$.

Переходный процесс в цепи при выбранных направлениях токов описывается тремя уравнениями:

$$i_2 = i_1 + i_3, \quad (1)$$

$$Ri_2 + L \frac{di_2}{dt} + 2Ri_3 = E, \quad (2)$$

$$2Ri_3 = u_C + Ri_1, \quad (3)$$

где

$$i_1 = C \frac{du_C}{dt}. \quad (4)$$

Искомый ток

$$i_3 = i_{3пр} + i_{3св}.$$

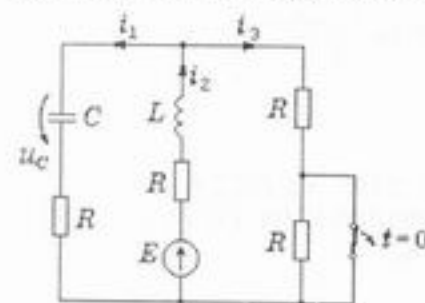


Рис. 18

Принуждённое значение тока

$$i_{3пр} = \frac{E}{3R} = \frac{18}{3 \cdot 60} = 0,1 \text{ А}.$$

Выражение для свободной составляющей определяется корнями характеристического уравнения:

$$\frac{1}{Cp} + R + \frac{(R + Lp)2R}{3R + Lp} = 0,$$

откуда $p_1 = -2260 \text{ с}^{-1}$, $p_2 = -8850 \text{ с}^{-1}$.

При двух различных вещественных корнях $i_{3св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$. Постоянные интегрирования находятся при учёте начальных условий:

$$i_{3св}(0) = A_1 + A_2, \quad i'_{3св}(0) = p_1 A_1 + p_2 A_2. \quad (6)$$

Оба начальных условия – зависимые и находятся из уравнений Кирхгофа (1) – (3) с учётом независимых начальных условий.

Независимые начальные условия определяются установившимся режимом до коммутации:

$$i_2(0+) = i_2(0-) = \frac{E}{2R} = \frac{18}{2 \cdot 60} = 0,15 \text{ А},$$

$$u_C(0+) = u_C(0-) = Ri_3(0-) = Ri_2(0-) = 60 \cdot 0,15 = 9 \text{ В}.$$

При данных $i_2(0)$ и $u_C(0)$ из уравнений (1), (3)

$$i_2(0) = i_1(0) + i_3(0), \quad 2Ri_3(0) = u_C(0) + Ri_1(0).$$

Отсюда значения токов $i_3(0) = 0,1 \text{ А}$, $i_1(0) = 0,05 \text{ А}$. Из уравнения (2) $i_2'(0) = -300 \text{ А/с}$. Дифференцирование уравнений (1), (3) с учётом уравнения (4) позволяет найти второе зависимое начальное условие:

$$i_2'(0) = i_1'(0) + i_3'(0), \quad 2Ri_3'(0) = \frac{i_1(0)}{C} + Ri_1'(0),$$

т.е. $i_3'(0) = -44,4 \text{ А/с}$.

Подстановка полученных результатов в выражение (6) даёт $A_1 = -6,74 \cdot 10^{-3} \text{ А}$, $A_2 = 6,74 \cdot 10^{-3} \text{ А}$, а подстановка их в выражение (5) – окончательный результат:

$$i_3(t) = 0,1 - 6,74 \cdot 10^{-3} e^{-2260t} + 6,74 \cdot 10^{-3} e^{-8850t} \text{ А}.$$

Задача 11.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛАПЛАСА ПРИ РАСЧЁТЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННЫХ ЭДС

1. Исходные данные

Исходные данные те же, что в задаче 10.

2. Задание

2.1. Начертить операторную схему для свободных составляющих.

2.2. Определить закон изменения свободной составляющей тока в ветви $|c-d|$, применив преобразования Лапласа.

3. Методические указания

3.1. В операторной схеме (п.2.1) имеются лишь операторные ЭДС, учитывающие свободные составляющие независимых начальных условий.

3.2. Независимые начальные условия определены в задаче 1.

3.3. Для получения оригинала рекомендуется использовать теорему о вычетах (формулу разложения).

3.4. Проверкой правильности решения задач 10 и 11 может служить соответствие результатов их решения.

4. Пример

В схеме рис.19 $E = 12 \text{ В}$, $R = 120 \text{ Ом}$, $L = 10 \text{ мГн}$, $C = 5 \text{ мкФ}$. В момент $t = 0$ мгновенно осуществляется коммутация. Определить закон изменения свободной составляющей тока $i_3(t)$, применив преобразования Лапласа.

Операторная схема для свободных составляющих представлена на рис.20 при выбранных направлениях токов.

Независимые начальные условия определяются по схеме рис.19:

$$i_2(0+) = i_2(0-) = \frac{E}{R} = \frac{12}{120} = 0,1 \text{ А},$$

$$u_C(0+) = u_C(0-) = E = 12 \text{ В}.$$

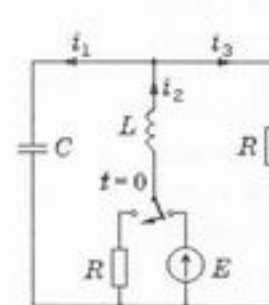


Рис. 19

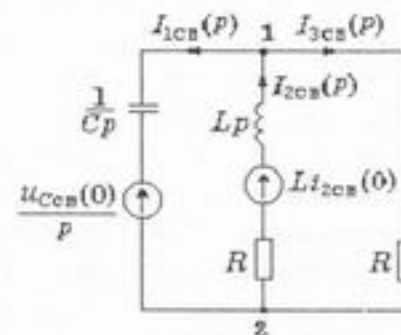


Рис. 20

В данном случае принуждённые составляющие отсутствуют, следовательно, $i_{2св}(0) = i_2(0) - i_{2пр}(0) = 0,1 - 0 = 0,1 \text{ А}$, $u_{Cсв}(0) = 12 \text{ В}$, а, например, $I_{3св}(p) = I_3(p)$.

Для определения тока $I_{3св}(p)$ целесообразно применить метод эквивалентного источника или метод узловых потенциалов. Согласно методу двух узлов

$$U_{12св}(p) = \frac{u_{Cсв}(0)Cp + Li_{2св}(0)}{p} \cdot \frac{1}{Cp + \frac{1}{R + Lp} + \frac{1}{R}} = \frac{u_{Cсв}(0)RLCp + u_{Cсв}(0)R^2C + RLi_{2св}(0)}{RLCp^2 + (R^2C + L)p + 2R},$$

операторный ток

$$I_{3св}(p) = \frac{U_{12св}(p)}{R} = \frac{7,2 \cdot 10^{-5} p + 0,984}{7,2 \cdot 10^{-4} p^2 + 9,84 p + 28800} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Согласно так называемой формуле разложения оригинал тока

$$i_{3св}(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t},$$

где корни уравнения $F_2(p) = 0$ $p_1 = -4250 \text{ с}^{-1}$, $p_2 = -9417 \text{ с}^{-1}$, а

$$F_1(p_1) = 0,678, \quad F_1(p_2) = 0,306, \quad F'_2(p) = 1,44 \cdot 10^{-3} p + 9,84, \quad F'_2(p_1) = 3,72, \\ F'_2(p_2) = -3,78.$$

Окончательно

$$i_{\text{св}}(t) = 0,182 e^{-4250t} - 0,0822 e^{-9417t} \text{ А.}$$

Задача 12.

РАСЧЁТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ПОСТОЯННЫХ ПОТОКАХ

1. Исходные данные

Магнитопровод цепи имеет Φ -образную форму, т.е. состоит из трёх стержней №1, 2, 3, соединённых параллельно в узлах m и n . Каждый стержень характеризуется постоянным поперечным сечением S , средней длиной силовой линии l , может содержать зазор δ и обмотку с числом витков w и током I . Индексы в обозначениях этих величин в исходных данных означают номер стержня (ветви магнитной цепи). Намотка обмоток на всех стержнях выполняется одинаково, если смотреть со стороны узла m магнитной цепи. Положительные значения тока обмотки стержня означают, что намагничивающая сила обмотки этого стержня направлена от узла m . В противном случае – наоборот.

1.1. Средняя длина силовой линии первого и третьего стержней $l_1 = l_3 = 20$ см, а второго $l_2 = 7$ см. Соответствующие площади сечений $S_1 = 4 \text{ см}^2$, $S_2 = 2,5 \text{ см}^2$, $S_3 = 2 \text{ см}^2$.

1.2. Стержень номер a выполнен без зазора. В каждом из оставшихся стержней имеется зазор $\delta = 0,1$ мм.

1.3. Число катушек равно a . Они расположены таким образом:

– при $a = 1$ – на стержне, номер которого равен модулю $|d-f|$;

– при $a = 2$ – на стержнях 1 и 2 для чётных b и на стержнях 2 и 3 –

для нечётных.;

– при $a = 3$ – на каждом из трёх стержней.

1.4. Токи и числа витков определяются соотношениями:

$$I_1 = (1,1 - 0,17c) (-1)^f, \quad w_1 = 100 + 40c;$$

$$I_2 = 0,05(1 + d) (-1)^b, \quad w_2 = 1200 - 150d;$$

$$I_3 = 0,15(1 + e) (-1)^c, \quad w_3 = 470 - 70e.$$

1.5. Кривая намагничивания материала магнитопровода задана в табл.12.

Таблица 12

$B, \text{ Тл}$	0	0,75	0,93	1,02	1,13	1,28	1,40	1,46	1,53	1,60	1,70
$H, \text{ А/м}$	0	40	60	80	120	200	310	400	600	1000	3000

2. Задание

2.1. Начертить общий вид магнитной цепи согласно исходным данным (п.1). Начертить соответствующую схему магнитной цепи.

2.2. Определить магнитные индукции в стержнях магнитопровода.

2.3. Рассчитать и построить вебер–амперную характеристику для одного из стержней с катушкой (зависимость магнитного потока от магнитного напряжения между узлами).

3. Методические указания

3.1. Расчёты следует вести, пренебрегая:

1) рассеянием, т.е. считая магнитные потоки на каждом участке постоянными;

2) “выпучиванием” магнитного потока в зазоре, т.е. считая сечение зазора равным сечению соответствующего стержня;

3) неравномерностью распределения магнитного потока по сечению.

3.2. Задача сводится к решению системы уравнений, составленных по законам Кирхгофа для магнитной цепи. Для решения рекомендуется применить численный метод с использованием итераций (последовательных приближений).

Каждую итерацию можно начинать, задавая значение магнитной индукции в одном из стержней с зазором. Затем по уравнениям Кирхгофа и кривой намагничивания определяются: магнитное напряжение $U_{\text{мтн}}$ между узлами m, n ; магнитный поток в стержне без зазора; поток в оставшемся стержне с зазором и соответствующее для этого стержня значение $U'_{\text{мтн}}$. На основании сравнения значений $U_{\text{мтн}}$ и $U'_{\text{мтн}}$ принимается решение о корректировке начального в итерации значения индукции. Достижение приемлемой инженерной точности (обычно $\approx 2\%$) совпадения значений $U_{\text{мтн}}$ в итерации свидетельствует об окончании расчётов.

3.3. Расчёт вебер–амперной характеристики $\Phi(U_{\text{мтн}})$ по п.2.3 можно произвести, задавая ряд положительных значений (четыре–пять) магнитной индукции в стержне. Другую половину характеристики, соответствующую отрицательным значениям индукции (потоков), можно получить на графике путем “разворота” первой половины на 180° относительно точки $\Phi(0)$.

4. Пример

Для магнитной цепи, общий вид которой показан на рис.21, начертить схему и определить потоки в стержнях магнитопровода, если $Iw=50 \text{ А}$, $l_1=8 \text{ см}$, $l_2=2 \text{ см}$, $l_3=6 \text{ см}$, $\delta=0,05 \text{ мм}$, $S_1=2 \text{ см}^2$, $S_2=1,5 \text{ см}^2$, $S_3=1,2 \text{ см}^2$, а кривая намагничивания задана в табл.11.

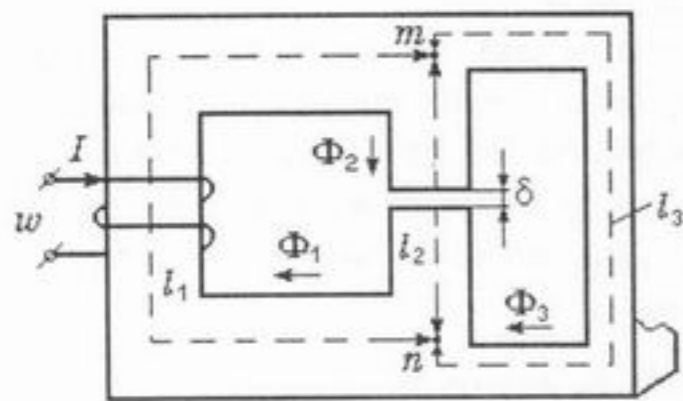


Рис. 21

Схема магнитной цепи показана на рис.22. Направление намагничивающей силы (НС) $F_1 = Iw$ определено по правилу правоугового винта; R_{M1} , R_{M2} , R_{M3} – нелинейные магнитные сопротивления стержней, R_δ – линейное магнитное сопротивление зазора. На рис.22 также указаны принятые направления потоков.

Для определения потоков нужно составить одно уравнение по первому закону и два – по второму закону Кирхгофа:

$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \quad H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = F_1, \quad H_2 l_2 + H_\delta \delta - H_3 l_3 = 0.$$

Решение этой системы удобнее вести, если представить последние два уравнения тремя:

$$U_{M1} = F_1 - H_1 l_1, \quad U_{M2} = H_2 l_2 + H_\delta \delta, \quad U_{M3} = H_3 l_3.$$

Начинать первую итерацию согласно п.3.2 можно с выбора любого правдоподобного значения индукции в одном из стержней. В данном примере зазор – лишь в одном из стержней, поэтому можно начинать расчёт с любого стержня.

Пусть $B_3 = 1$ Тл, тогда $\Phi_3 = B_3 S_3 = 1 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ Вб. По кривой, построенной по табл.11, и предыдущим уравнениям

$$H_3(B_3) = 75 \text{ А/м}, \quad U_{M3} = H_3 l_3 = 75 \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 4,5 \text{ А};$$

$$H_1 = \frac{1}{l_1} (F_1 - U_{M3}) = \frac{1}{8 \cdot 10^{-2}} (50 - 4,5) = 568 \text{ А/м},$$

$$B_1(H_1) = 1,52 \text{ Тл}, \quad \Phi_1 = B_1 S_1 = 1,52 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 3,04 \cdot 10^{-4} \text{ Вб};$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 - \Phi_3 = (3,04 - 1,2) \cdot 10^{-4} = 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{1,74 \cdot 10^{-4}}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 1,16 \text{ Тл}, \quad H_2(B_2) = 130 \text{ А/м};$$

$$B_\delta = B_2 = 1,16 \text{ Тл}, \quad H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{1,16}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,16 = 0,928 \cdot 10^6 \text{ А/м},$$

$$U'_{M2} = H_2 l_2 + H_\delta \delta = 130 \cdot 2 \cdot 10^{-2} + 0,928 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 49 \text{ А};$$

$$\Delta U_M = U'_{M2} - U_{M3} = 49 - 4,5 = 44,5 \text{ А}.$$

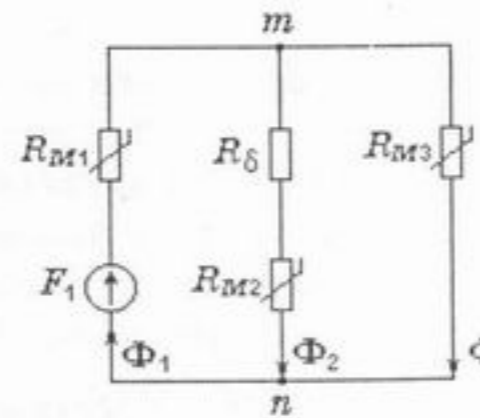


Рис. 22

В соответствии с величиной невязки ΔU_M , значение B_3 следует увеличить. Согласно изложенному ходу расчётов значение $B_3 = 1,3$ Тл приводит к $\Delta U_M = 25,9$ А, а $B_3 = 1,5$ Тл приводит к $\Delta U_M = -23,24$ А.

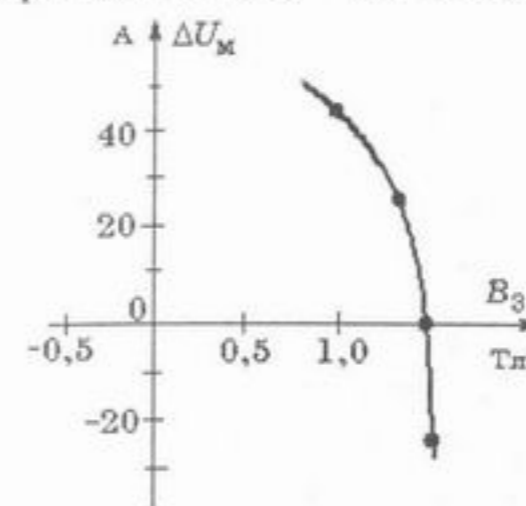


Рис. 23

На рис.23 построен график $B_3(\Delta U_M)$, из которого видно, что окончательно следует задать $B_3 = 1,48$ Тл. Это приводит к невязке $\Delta U_M = 0,09 \approx 0$, т.е. к решению задачи с точностью $\frac{\Delta U_M}{U_{M3}} \cdot 100\% = 0,35\%$. В последней итерации получены следующие значения:
 $\Phi_1 = 2,76 \cdot 10^{-4}$ Вб, $\Phi_2 = 0,98 \cdot 10^{-4}$ Вб,
 $\Phi_3 = 1,78 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Задача 13.

РАСЧЁТ ДРОССЕЛЯ СО СТАЛЬНЫМ МАГНИТОПРОВОДОМ

1. Исходные данные

Дроссель представляет собой катушку, намотанную на кольцевой сердечник без зазора, выполненный из электротехнической стали и имеющий квадратное поперечное сечение. Напряжение питания дросселя изменяется по гармоническому закону.

1.1. Размеры кольцевого сердечника: наружный диаметр $d_n = 3e$ см, сторона квадратного сечения (высота) $h = 0,8 \sqrt{e}$ см.

1.2. Число витков катушки $w = 600d$.

1.3. Действующее значение напряжения питания $U = 12de$ В, частота 50 Гц.

1.4. Действующее значение эквивалентной синусоиды тока $I = 0,01b$ А.

1.5. Аппроксимирующие формулы, по которым могут быть рассчитаны удельные активная и реактивная мощности в данной стали сердечника при частоте 50 Гц, следующие:

$$P_0 = 1,15 B_m^{2,7} \text{ Вт/кг}, \quad Q_0 = 5 B_m^{5,1} \text{ вар/кг},$$

где B_m – амплитудное значение индукции, Тл.

1.6. Плотность стали $\gamma = 7,8$ г/см³.

1.7. В исходных данных (п.1.1–1.4) считать незаданной и неизвестной ту величину, которая указана в табл.13.

Таблица 13

$lc - fl$	1	2	3
Неизвестная величина	U	I	h

2. Задание

2.1. Начертить общий вид дросселя и его разветвленную эквивалентную электрическую схему.

2.2. Определить численное значение величины, указанной в п.1.7.

2.3. Построить векторную диаграмму дросселя.

3. Методические указания

Решение задачи производится в предположении о возможности приближённой замены негармонического тока эквивалентной синусоидой при соблюдении равенства действующих значений реального и эквивалентного токов, а также равенства соответствующих потерь.

3.1. Схема по п.2.1. должна содержать элементы, введением которых учитываются потери в обмотке и стали, а также наличие основного магнитного потока и потока рассеяния.

3.2. Для решения задачи рекомендуется применить численный метод с использованием итераций. В качестве начальной варьируемой величины в каждом итерационном цикле можно выбрать индукцию B_m . При этом все расчётные формулы следует расположить в определённой последовательности, которая зависит от искомой величины (от варианта задания). Для сокращения числа итерационных циклов расчёта целесообразно строить график зависимости напряжения или тока от текущих значений B_m .

3.3. При расчёте активного сопротивления катушки и индуктивного сопротивления рассеяния можно пользоваться приближёнными соотношениями:

$$R = 50\rho \frac{w^2}{d} \text{ Ом}, \quad X_S = 300\mu_0 \frac{h^2}{d} w^2 \text{ Ом},$$

где удельное сопротивление меди $\rho = 1,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м; магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, размеры h, d_n приведены в метрах.

4. Пример

Дроссель, имеющий число витков w , площадь поперечного сечения стального магнитопровода S , массу сердечника M , активное сопротивление катушки R , индуктивное сопротивление рассеяния X_S , включён на синусоидальное напряжение с действующим значением U и частотой f . Используя известные зависимости $P_0(B_m)$ и $Q_0(B_m)$, привести основные соотношения для определения тока I .

Применительно к данному заданию эквивалентная схема дросселя имеет вид рис.24. Для определения тока могут быть использованы следующие соотношения между указанными величинами:

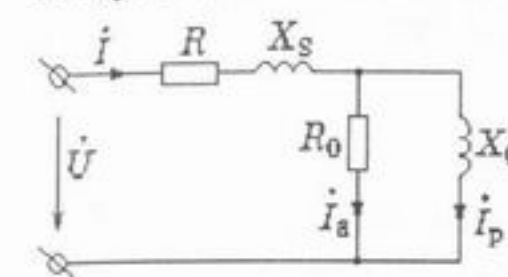


Рис. 24

$$U_0 = 4,44wf B_m S \quad P = P_0 M, \quad Q = Q_0 M$$

$$I_a = \frac{P}{U_0}, \quad I_p = \frac{Q}{U_0}, \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{I_p}{I_a}; \quad i = I e^{-j\varphi_0}; \quad \dot{U} = (R + jX_S) \dot{I} + \dot{U}_0.$$

Соотношения приведены в той последовательности, в которой их удобно применить в данном случае. При этом в конце каждой итерации производится сравнение полученного и заданного значений напряжения (см. п.3.2).

Задача 14.

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ РАСЧЁТЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ С ВЕНТИЛЯМИ

1. Исходные данные

Нелинейная цепь с вентилями не имеет накопителей энергии и представлена схемой с тремя ветвями №1, 2 и 3 и двумя узлами m и n . Ветви № 1 и 2 содержат по линейному резистивному элементу, по нелинейному резистивному элементу с вольт-амперной характеристикой (ВАХ) идеального вентиля и постоянной ЭДС. Ветвь 3 содержит только источник ЭДС, изменяющийся по гармоническому закону. Индекс в обозначении параметров элементов означает номер ветви.

1.1. Сопротивления линейных резистивных элементов:

$$R_1 = 1 \text{ кОм}, \quad R_2 = (2 - 0,2f) \text{ кОм}.$$

1.2. Вентиль V_1 в ветви № 1 имеет прямую проводимость от m к n , если $(b - c) \geq 0$, и от n к m , если $(b - c) < 0$.

Вентиль V_2 в ветви № 2 имеет прямую проводимость от m к n , если $(c - d) > 0$, и от n к m , если $(c - d) < 0$.

1.3. ЭДС в ветви 1 $E_1 = 20c$ В направлена от m к n , если $(c - e) > 0$ и от n к m , если $(c - e) < 0$.

ЭДС в ветви 2 $E_2 = 20d$ В направлена от m к n , если $(d - f) > 0$ и от n к m , если $(d - f) < 0$.

ЭДС в ветви 3 $e = 100 \sin \omega t$ В и направлена от m к n , если $(e - f) > 0$ и от n к m , если $(e - f) < 0$.

1.4. В ветвь 1 включён амперметр магнитоэлектрической системы.

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно исходным данным (п.1), записать для неё уравнения Кирхгофа и произвести их решение с применением графического метода, построив осциллограммы всех токов.

2.2. Определить показания амперметра.

3. Методические указания

3.1. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа можно ввести дифференциальные сопротивления вентиляей, считая их нулевыми при прямой проводимости и бесконечными – при обратной.

В процессе применения графического метода расчёта целесообразно свойства ветвей №1 и 2 отразить эквивалентной ВАХ, учитывающей ВАХ каждого из элементов, входящих в эти ветви.

3.2. Показание амперметра, правильно включённого в цепь, можно рассчитать аналитически или графически, взяв интеграл, соответствующий определению среднего по модулю значения тока в ветви № 1.

4. Пример

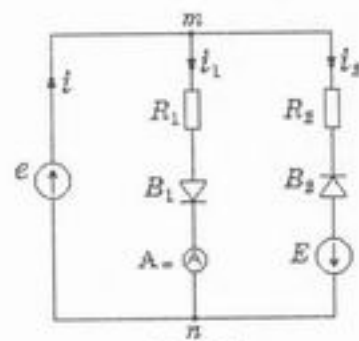


Рис. 25

В схеме рис.25 с вентилями B_1 , B_2 , свойства которых можно считать идеальными, $e = 80 \cos \omega t$ В, $E = 40$ В, $R_1 = 2$ кОм, $R_2 = 1$ кОм. Построить осциллограммы токов в ветвях и определить показание амперметра магнитоэлектрической системы.

При выбранных направлениях токов

$$i = i_1 + i_2, \quad (7)$$

$$R_1 i_1 + R_{a1} i_1 = e, \quad (8)$$

$$R_2 i_2 - R_{a2} i_2 - E = e, \quad (9)$$

где R_{a1} , R_{a2} – дифференциальные сопротивления вентиляей. Согласно уравнениям (8), (9) для ветвей с токами i_1 , i_2 могут быть построены ВАХ для мгновенных значений величин, как это изображено в левом верхнем углу рис.26. Проектируя точки осциллограммы $e(t)$ на эти характеристики, можно получить соответствующие точки осциллограммы токов (см. стрелки на рис.26). Осциллограмма тока i получается графическим решением уравнения (7). Согласно рис. 24 $U_{m\text{в}} = e$.

Ток i_1 представляет собой целые полуволны синусоид, поэтому амперметр покажет значение $I_{\text{ср1}} = \frac{1}{\pi} I_{m1} = 12,7$ мА.

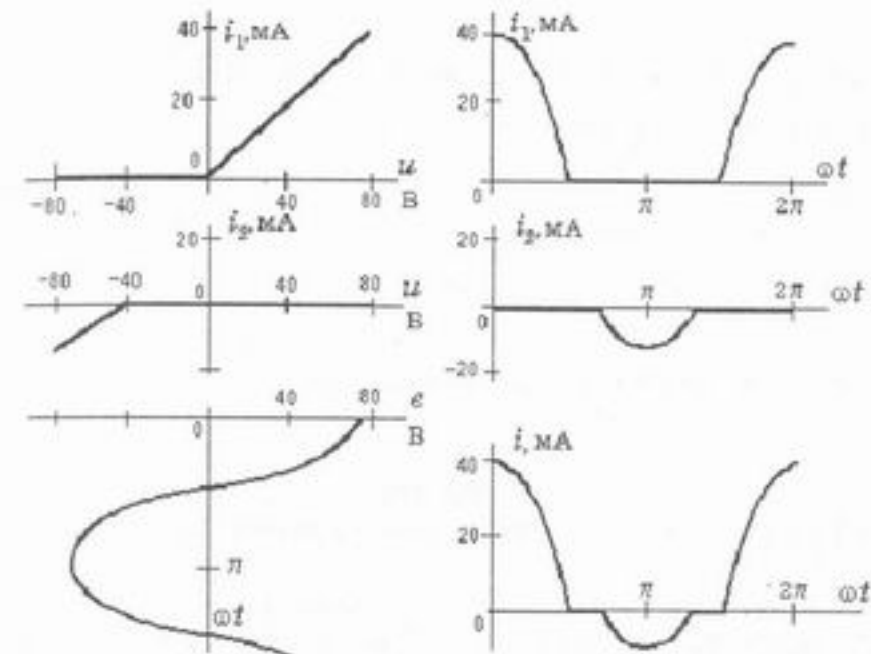


Рис. 26

Задача 15

РАСЧЁТ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

1. Исходные данные

Двухпроводная линия с проводами, лежащими в вертикальной плоскости, расположена параллельно поверхности земли. Нижнему проводу присвоен номер 1, а верхнему – номер 2. Каждый провод может оказаться отсоединённым, соединённым с землей проводником, соединённым с землей или другим проводом через источник постоянной ЭДС.

1.1. Высота подвески провода 1 над землей $h = (3+a)$ м, расстояние между осями проводов $s = (1+0,2b)$ м, диаметр каждого провода $d_0 = 10$ мм.

1.2. Схема подключения проводов зависит от значений букв c , d кода. Значением буквы c определяется подключение провода 1, а d – провода 2:

– при $c = 1$ или $d = 1$ данный провод подключён к другому через источник ЭДС \mathcal{E}_i , который направлен к проводу 1, если $e > f$, и направлен обратно, если $e < f$; $\mathcal{E}_i = 10e$ кВ;

– при $c = 2$ или $d = 2$ данный провод подключён к земле через источник ЭДС \mathcal{E}_2 , который направлен к земле, если $e > f$, и обратно, если $e < f$; $\mathcal{E}_2 = 10f$ кВ;

– при $c = 3$ или $d = 3$ данный провод подключён к земле через источник ЭДС \mathcal{E}_3 , который направлен к земле, если $e > f$, и обратно, если $e < f$; $\mathcal{E}_3 = 7(e+f)$ кВ;

– при $c = 4$ или $d = 4$ данный провод заземлён.

2. Задание

2.1. Начертить схему подключения проводов согласно исходным данным (п.1).

2.2. Определить линейную плотность заряда каждого провода.

2.3. Рассчитать и построить графики распределения потенциала и напряжённости электростатического поля вдоль прямой, перпендикулярной земле и проходящей через оси проводов.

3. Методические указания

3.1. Схему подключения проводов следует чертить с соблюдением масштаба.

3.2. В случае, если ни один из проводов не соединён с землей, нужно учесть, что суммарный заряд двух проводов равен нулю.

3.3. Построение графиков следует начинать с графика распределения потенциала. За положительное направление вектора напряжённости принять направление от земли. График распределения напряжённости можно контролировать по графику распределения потенциала с учётом соотношения $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$.

4. Пример

В схеме рис.27 воздушной линии $\tau_1 = 10^{-9}$ Кл/м, $h = 2$ м, $s = 1$ м, $d_0 = 10$ мм. Определить ЭДС \mathcal{E} и напряжённость поля в точке А и потенциал в точке В.

В данном случае линия является изолированной системой, поэтому $\tau_1 = -\tau_2 = \tau$.

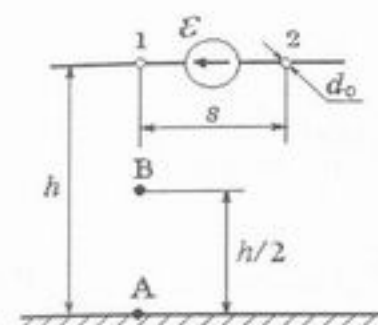


Рис. 27

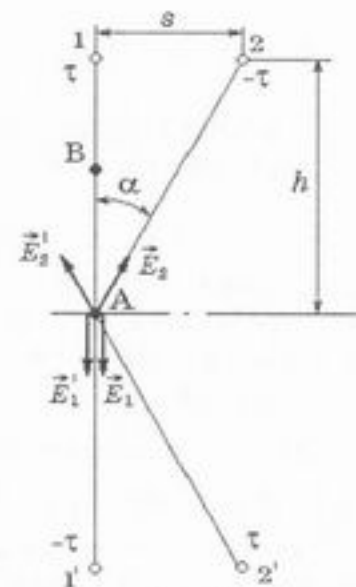


Рис. 28

Согласно методу зеркальных изображений (рис.28) и первой группе формул Максвелла

$$\varphi_1 = \alpha_{11}\tau_1 + \alpha_{12}\tau_2, \quad \varphi_2 = \alpha_{21}\tau_1 + \alpha_{22}\tau_2,$$

$$\text{где } \alpha_{11} = \alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{2h}{d_0/2} = \frac{1}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ м/Ф};$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{4h^2 + s^2}}{s} = \frac{1}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{\sqrt{4 \cdot 2^2 + 1^2}}{1} = 2,54 \cdot 10^{10} \text{ м/Ф}.$$

Отсюда $\varphi_1 = 94,6$ В, $\varphi_2 = -94,6$ В, а ЭДС $\mathcal{E} = \varphi_1 - \varphi_2 \approx 189$ В.

Напряжённость поля в точке А в соответствии с рис.28 есть векторная сумма напряжённостей от каждого из четырёх зарядов:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_1' + \vec{E}_2 + \vec{E}_2'$$

$$\text{При этом } E_1 = E_1' = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 h} = \frac{10^{-9}}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \cdot 2} = 9 \text{ В/м};$$

$$E_2 = E_2' = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{h^2 + s^2}} = \frac{10^{-9}}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \sqrt{2^2 + 1^2}} = 8 \text{ В/м}.$$

Таким образом, с учётом принятого положительного направления вектора напряжённости (вверх от земли)

$$E_A = -2E_1 + 2E_2 \cos \alpha = -2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 \frac{2}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = -3,7 \text{ В/м}.$$

$$\begin{aligned} \varphi_B &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{1,5 \cdot h}{0,5 \cdot h} - \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(1,5h)^2 + s^2}}{\sqrt{(0,5h)^2 + s^2}} = \\ &= \frac{10^{-9}}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12}} \left(\ln \frac{1,5 \cdot 2}{0,5 \cdot 2} - \ln \frac{\sqrt{(1,5 \cdot 2)^2 + 1^2}}{\sqrt{(0,5 \cdot 2)^2 + 1^2}} \right) = 5,28 \text{ В}. \end{aligned}$$

Задача 16

РАСЧЁТ ЁМКОСТИ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ВБЛИЗИ ПЛОСКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

1. Исходные данные

Два длинных заряженных провода 1 и 2 расположены параллельно плоской проводящей поверхности. Разность потенциалов проводов определяется постоянной ЭДС подключённого к ним источника.

1.1. Направление ЭДС задаётся последовательностью индексов в соответствии с номерами проводов: при $(b-f) \geq 0$ $\mathcal{E}_{12} = 100a$ В при $(b-f) < 0$ $\mathcal{E}_{21} = 100$ В.

1.2. Поперечное сечение линии рассматривается в декартовой системе координат xOy . Координаты (x, y) провода 1 определяются как (c, d) , а провода 2 – как (b, e) . Координаты заданы в сантиметрах.

1.3. В той же системе координат линия, через которую проходит проводящая поверхность, описывается одним из уравнений: при $f = 1$ уравнением $x = 0$, при $f = 2$ – $y = 0$, при $f = 3$ – $x = 5$ см, при $f = 4$ – $y = 5$ см.

1.4. Диаметр проводов $d_0 = 1$ мм.

1.5. Относительная диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1 + 0,1$ с, удельная проводимость среды $\gamma = 10^{-10}$ См/м.

2. Задание

2.1. Привести чертёж расположения двух проводов около проводящей поверхности с источником, подключённым согласно п.1.

2.2. Определить ёмкость и проводимость двухпроводной линии, приходящихся на единицу длины.

2.3. Определить вектор напряжённости электростатического поля в точке, расположенной на оси провода 2, а также вектор силы, действующей на один метр длины этого провода.

3. Методические указания

3.1. При решении задачи следует считать провода бесконечно длинными, а поле – плоскопараллельным.

3.2. Расчёт ёмкости двухпроводной линии целесообразно выполнять, рассчитав предварительно потенциальные коэффициенты и составив схему с частичными ёмкостями.

3.3. Расчёт проводимости производится по аналогии электростатического и электрического полей в проводящей среде.

4. Пример

Двухпроводная линия, изображённая на рис.27, расположена вблизи проводящего листа. При этом $\mathcal{E} = 100$ В, $h = 2$ м, $s = 1$ м, $d_0 = 1$ см. Среда характеризуется $\epsilon = 1$, $\gamma = 10^{-10}$ См/м. Определить ёмкость и проводимость линии, приходящихся на один метр длины.

Потенциальные коэффициенты определены в примере к задаче 15. В данном случае частичные ёмкости:

$$C_{11} = C_{22} = \frac{\alpha_{22} - \alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2} = \frac{1,2 \cdot 10^{11} - 2,54 \cdot 10^{10}}{(1,2 \cdot 10^{11})^2 - (2,54 \cdot 10^{10})^2} = 6,88 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м},$$

$$C_{12} = \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2} = \frac{2,54 \cdot 10^{10}}{(1,2 \cdot 10^{11})^2 - (2,54 \cdot 10^{10})^2} = 1,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

Ёмкость линии, приходящаяся на один метр длины, согласно схеме с частичными ёмкостями будет равна

$$C_0 = C_{12} + \frac{C_{11}C_{22}}{C_{11} + C_{22}} = 1,85 \cdot 10^{-12} + \frac{(6,88 \cdot 10^{-12})^2}{2 \cdot 6,88 \cdot 10^{-12}} = 5,29 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

На основании аналогии полей проводимость для токов утечки, приходящаяся на один метр длины, равна

$$G_0 = \frac{\gamma}{\epsilon \epsilon_0} C_0 = \frac{10^{-10}}{1 \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}} 5,29 \cdot 10^{-12} = 5,97 \cdot 10^{-11} \text{ См/м}.$$

Итак, первичные параметры длинной линии G_0 и C_0 определены.

Задача 17

РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ

1. Исходные данные

Прямоугольная одновитковая рамка находится в плоскости двух линейных проводов 1 и 2 с током. Стороны рамки параллельны проводам. Провода и рамка выполнены из тонких жёстких проводников.

1.1. Взаимное расположение проводов и рамки рассматривается в декартовой системе координат xOy . Центр рамки помещён в точку O начала координат. Стороны рамки длиной $h = (1+0,2e)$ см параллельны оси Oy , а стороны рамки длиной $s = (0,8+0,2a)$ см – оси Ox .

1.2. Уравнение прямой, проходящей по оси провода 1, определяется по букве b кода:

$$\text{при } b = 1 \text{ или } b = 2 \quad x = (-1)^f (0,5+d+0,2e) \text{ см},$$

$$\text{при } b = 3 \text{ или } b = 4 \quad y = (-1)^f (0,8+a+0,4e) \text{ см}.$$

Уравнение прямой, проходящей по оси провода 2, определяется буквой c кода:

при $c = 1$ или $c = 2$ $y = (-1)^c (0,5 + a + 0,4e)$ см,

при $c = 3$ или $c = 4$ $x = (-1)^c (0,3 + d + 0,2e)$ см.

1.3. Ток в проводах $I_1 = I_2 = 1,5$ А, ток рамки $I = 5$ А. Направления токов определяются по направлению хода стрелки часов с осью вращения в точке 0 (ось перпендикулярна плоскости xOy):

– при $(b - c) \geq 0$ направление тока I_1 совпадает с направлением хода стрелки часов, при $(b - c) < 0$ – не совпадает;

– при $(c - d) > 0$ направление тока I_2 совпадает с направлением хода стрелки часов, при $(c - d) < 0$ – не совпадает;

– при $(d - e) > 0$ направление тока I в рамке совпадает с направлением хода стрелки часов, при $(d - e) < 0$ – не совпадает.

2. Задание

2.1. Привести чертёж расположения рамки и проводов согласно исходным данным (п.1), указав направления токов.

2.2. Считая все проводники зафиксированными, определить вектор силы, действующей на рамку.

3. Методические указания

3.1. Чертёж выполнять в аксонометрии с соблюдением масштаба.

3.2. При решении задачи провода следует считать абсолютно жёсткими, бесконечно длинными и тонкими, а поле каждого провода – плоскопараллельным, что позволяет применить принцип наложения с определением составляющих искомой силы.

4. Пример

Два провода с токами $I_1 = 1,5$ А, $I_2 = 3$ А расположены параллельно на расстоянии $r = 0,5$ см (рис.29). Определить силу взаимодействия проводов в расчёте на один метр длины.

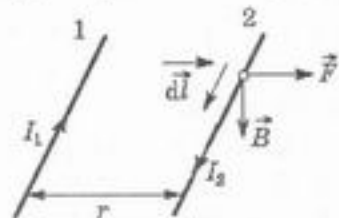


Рис. 29

Её можно определить с учётом п.3.2 по силе, действующей на провод 2. Тогда по закону Ампера и рис.29

$$\vec{F} = I_2 \left[\vec{dl} \times \vec{B} \right].$$

Индукция в любой точке провода 2 находится с учётом закона полного тока:

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5}{2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

Поскольку векторы \vec{B} и \vec{dl} перпендикулярны, то при $l = 1$ м

$$F = I_2 l B = 3 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^{-5} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$$

Коляда Владимир Каленикович

Хан Владимир Харлампиевич

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

Методические указания и задачи к контрольным и курсовым работам

Под редакцией В.Х.Хана

Издание 5-е, переработанное

Напечатано с оригинал-макета, подготовленного
Л.К.Бушуевой, Магидсоном А.А. и Ханом В.Х.

Формат $60 \times 90^{1/16}$. Тираж 500 экз.
Объем 3 п.л. Заказ 1618

Отпечатано в типографии Издательского Дома МИСиС,
117419, Москва, ул. Орджоникидзе, 8/9